

Struktura a vlastnosti plynů

Ing. Stanislav Jakoubek

Přehled studijních materiálů

Číslo DUMu	Název DUMu
<u>III/2-2-3-14</u>	<u>Ideální plyn</u>
<u>III/2-2-3-15</u>	<u>Rychlost molekul plynu</u>
<u>III/2-2-3-16</u>	<u>Základní rovnice pro tlak ideálního plynu</u>
<u>III/2-2-3-17</u>	<u>Stavová rovnice pro ideální plyn</u>
<u>III/2-2-3-18</u>	<u>Stavové změny ideálního plynu</u>
<u>III/2-2-3-19</u>	<u>Adiabatický děj s ideálním plynem</u>
<u>III/2-2-3-20</u>	<u>Reálný plyn</u>



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Ideální plyn

Ing. Stanislav Jakoubek

Název školy	Střední škola technická AGC a.s.
Název a číslo OP	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5 Název projektu: Výuka atraktivně a efektivně, č.p.: CZ.1.07/1.5.00/34.0057
Název šablony klíčové aktivity	III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT
Tematická oblast (předmět)	Fyzika
Název sady vzdělávacích materiálů	Molekulová fyzika a termodynamika
Jméno tvůrce vzdělávací sady	Ing. Stanislav Jakoubek
Číslo sady	III/2-2-3
Číslo DUMu	III/2-2-3-14
Anotace	V této kapitole se seznámíme se základním důležitým modelem plynu – s ideálním plynem. Řekneme si, z jakých předpokladů vychází a jaká zjednodušení pro představu plynu z nich vycházejí.

Plyn – základní představy

- ▶ Plyn tvoří volně se pohybující částice (jednoatomové a víceatomové molekuly).
- ▶ Rychlost a směr jejich pohybu se díky vzájemným srážkám neustále mění.
- ▶ Plyn je rozpínavý. Z toho lze usoudit, že přitažlivé síly mezi molekulami jsou velmi malé.

Předpoklady modelu ideálního plynu

- ▶ Je to model; vychází ze 3 předpokladů
- 1. Rozměry molekul jsou zanedbatelné ve srovnání s jejich střední vzdáleností
- 2. Nepůsobí na sebe přitažlivými silami
- 3. Vzájemné srážky jsou dokonale pružné, tedy bez ztráty vnitřní energie.

Poznámky k prvnímu předpokladu

- ▶ Předpoklad přesně splňuje podmínky pro vhodnost použití představy hmotného bodu.
- ▶ Neuvažujeme tedy vlastní tvar a objem molekul.
- ▶ Zajímá nás pouze jejich hmotnost.

Poznámky k druhému předpokladu

- ▶ Nepůsobí-li na sebe přitažlivými silami, molekuly se nepohybují v silovém poli a tedy potenciální energie tohoto (neexistujícího) pole je nulová.
- ▶ Vnitřní energie je dána pouze součtem kinetických energií jednotlivých molekul.

$$\sum E_p = 0 \Rightarrow U = \sum E_k$$

Poznámky ke třetímu předpokladu

- Protože nedochází ke ztrátám kinetické energie, je vnitřní energie plynu (za předpokladu konstantní teploty) stálá.

Kdy lze model ideálního plynu použít?

- ▶ Mají-li skutečné plyny dostatečně velkou teplotu a nízký tlak.
- ▶ Vysoká teplota – při vyšší teplotě se molekuly pohybují rychleji, mají velkou kinetickou energii a vůči ní lze malou potenciální zanedbat.
- ▶ Nízký tlak – ke srážkám mezi molekulami dochází málokdy a proto lze zanedbat ztráty kinetické energie.

Normální podmínky

- ▶ $t_n = 0^\circ\text{C}$
- ▶ $p_n = 1,01325 \cdot 10^5 \text{Pa}$
- ▶ Za podmínek, které se příliš neliší od normálních podmínek, lze většinu plynů s dostatečnou přesností považovat za ideální plyn.
- ▶ **Poznámka:** je dobré, že se v běžných podmínkách dá model použít. Model, který by fungoval jen za nějakých extrémních podmínek, by nám pro praxi moc platný nebyl.

Literatura

- ▶ [1] BEDNAŘÍK, Milan; KUNZOVÁ, Vlasta; SVOBODA, Emanuel. *Fyzika II pro studijní obory SOU*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n.p., 1986, ISBN 14-209-86.

Rychlost molekul plynu

Ing. Stanislav Jakoubek

Název školy	Střední škola technická AGC a.s.
Název a číslo OP	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5 Název projektu: Výuka atraktivně a efektivně, č.p.: CZ.1.07/1.5.00/34.0057
Název šablony klíčové aktivity	III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT
Tematická oblast (předmět)	Fyzika
Název sady vzdělávacích materiálů	Molekulová fyzika a termodynamika
Jméno tvůrce vzdělávací sady	Ing. Stanislav Jakoubek
Číslo sady	III/2-2-3
Číslo DUMu	III/2-2-3-15
Anotace	Už víme, že molekuly látek libovolného skupenství se neustále chaoticky pohybují. I v chaosu je však potřeba najít nějaký řád. Pro rychlosti molekul v ideálním plynu je tímto řádem Maxwellův zákon.

Střední kinetická energie připadající na jednu molekulu

- ▶ Víme, že rychlost molekul se neustále mění a tedy se neustále mění jejich kinetická energie
- ▶ Srážky jsou pružné, takže celková kinetická energie E_k se (za stálé teploty) nemění

$$E_0 = \frac{E_k}{N}$$

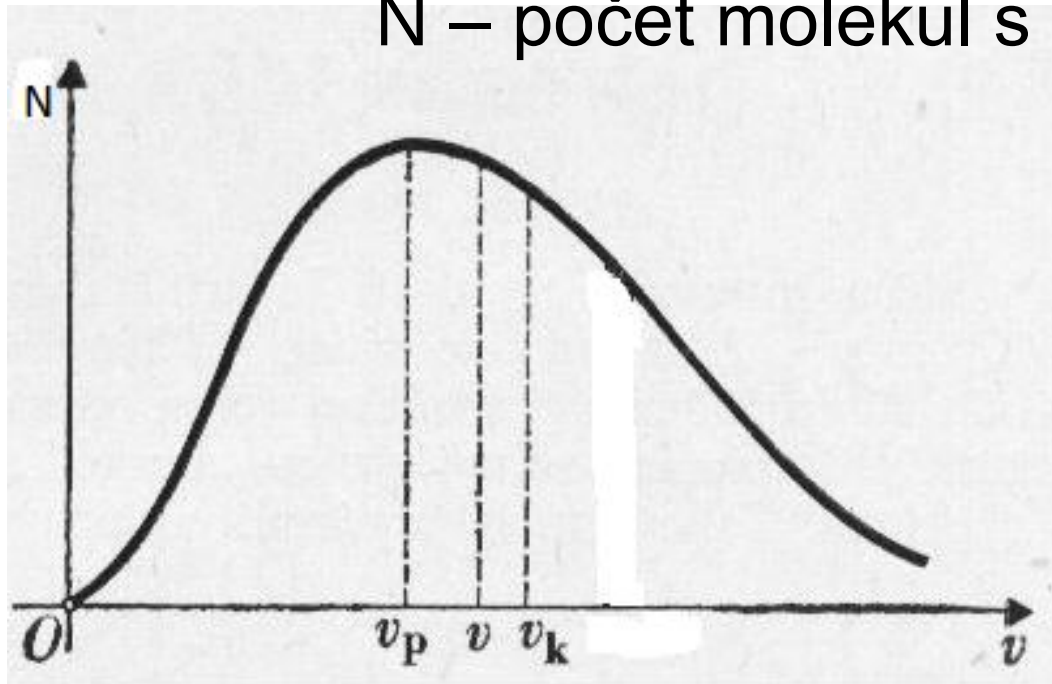
... počet molekul

Střední kvadratická rychlost

- ▶ Střední kinetické energii odpovídá „jakási“ střední rychlost ... $E_0 = \frac{1}{2} m_0 v_k^2$
- ▶ Střední kvadratická rychlost v_k – taková rychlost, jakou by se musely pohybovat všechny molekuly, aby se celková kinetická energie posuvného pohybu molekul nezměnila.

Skutečné rychlosti molekul v plynu

N – počet molekul s danou rychlostí



v_p – nejpravděpodobnější rychlost

v – střední (průměrná) rychlost

v_k – střední kvadratická rychlost

Konkrétní příklad pro O_2 při $0^\circ C$

$v[m/s]$	% molekul
----------	-----------

0–100	1,4
-------	-----

100– 200	8,1
-------------	-----

200– 300	16,7
-------------	------

300– 400	21,5
-------------	------

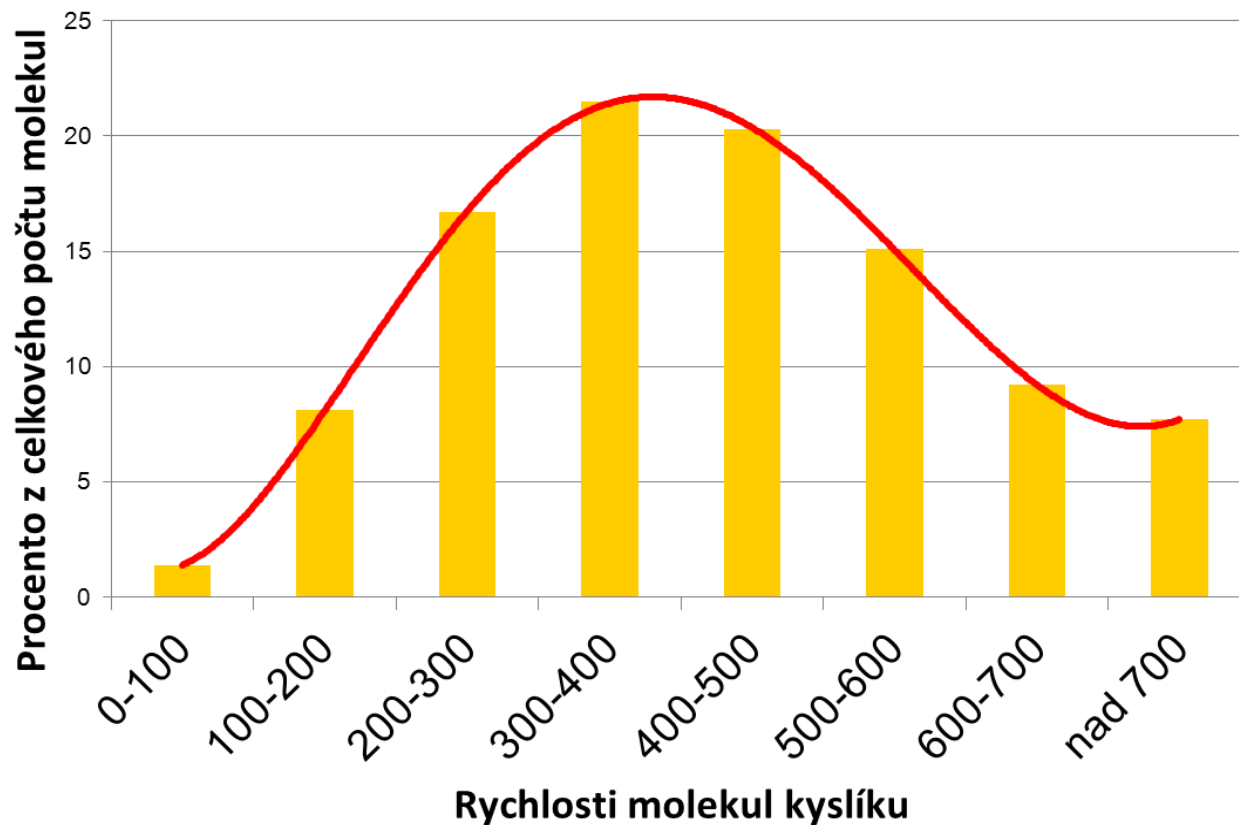
400– 500	20,3
-------------	------

500– 600	15,1
-------------	------

600– 700	9,2
-------------	-----

nad 700	7,7
---------	-----

Rozdělení rychlostí molekul kyslíku při $0^\circ C$



Úloha

- ▶ Mějme 1mol molekul kyslíku O_2 . Kolik z nich se pohybuje rychlostí v rozmezí 300-500m.s⁻¹?
- ▶ Z grafu plyne, že jde o 41,8% z jejich celkového počtu. Protože 1mol látky obsahuje Avogadrovo číslo částic, je výsledek:

$$N = 0,418 \cdot N_A \doteq 0,418 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \doteq 2,517196 \cdot 10^{23}$$

Úloha

- ▶ Z grafu odhadněte střední kvadratickou rychlost molekul O_2 při teplotě $0^\circ C$. Využijte teoretický graf, kde je poloha v_k znázorněna.
- ▶ Použijeme-li navržený postup, zjistíme, že

$$v_k \doteq 450 m.s^{-1}$$

Maxwellův vztah pro střední kvadratickou rychlost

- ▶ Na čem závisí v_k ?
- ▶ Na teplotě T – čím vyšší teplota, tím rychlejší
- ▶ Na hmotnosti molekul – čím těžší, tím pomalejší

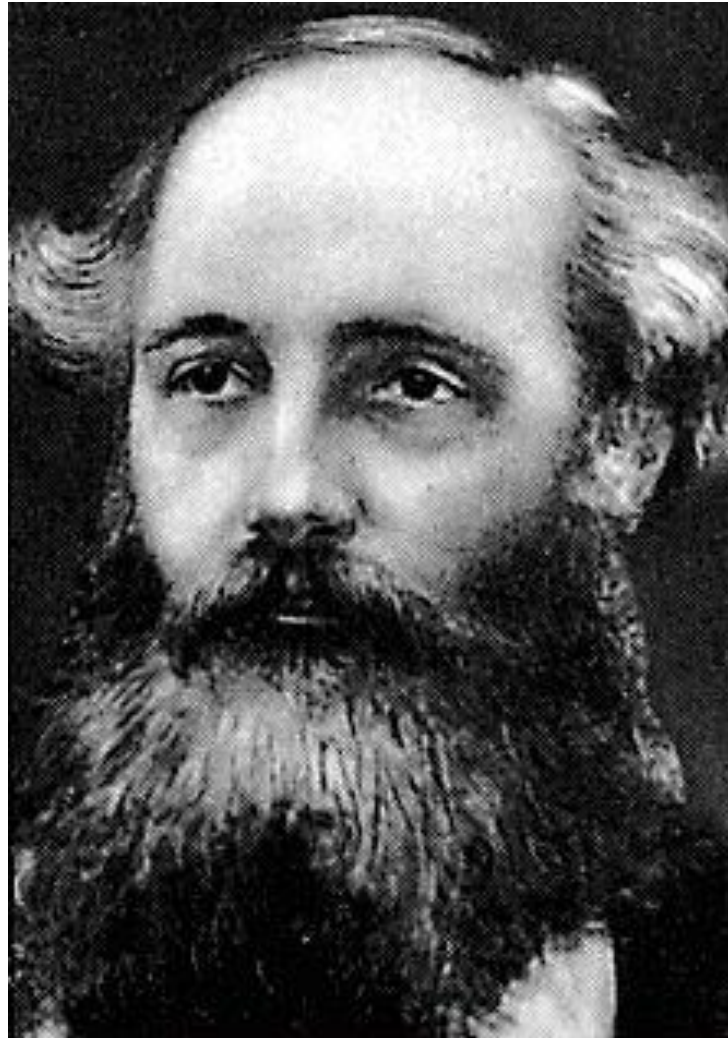
$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

$$k \doteq 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$$

Boltzmannova konstanta

James Clerk Maxwell (1831–1879)

- Anglický fyzik



Střední kvadratické rychlosti některých plynů

t[°C]	-100	0	100
Plyn	v_k [m.s⁻¹]		
Dusík	394	493	577
Helium	1041	1305	1527
Chlor	248	310	363
Kyslík	369	461	539
Oxid uhličitý	314	393	460
Vodík	1471	1839	2152
Vzduch	388	485	567

Střední kinetická energie jedné molekuly

$$E_0 = \frac{1}{2} m_0 v_k^2 = \frac{1}{2} m_0 \frac{3kT}{m_0} = \frac{3}{2} kT$$

Střední kinetická energie je přímo úměrná termodynamické teplotě.

Pozn.: Mějme dva plyny o téže teplotě. E_0 je tedy stejná. Z toho plyne, že lehčí molekuly se pohybují rychleji.

Příklad

- ▶ Odvoďte jednotku Boltzmannovy konstanty.

$$E_0 = \frac{3}{2} kT$$

$$J = 1.[k].K \Rightarrow [k] = \frac{J}{K} = J.K^{-1}$$

Příklad

- Vypočtete střední kvadratickou rychlost molekul kyslíku při teplotách 0°C a 100°C .

$$t_1 = 0^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_1 = 273,15\text{K}, t_2 = 100^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_2 = 373,15\text{K}$$

$$A_r(\text{O}) = 16, m_u \doteq 1,66 \cdot 10^{-27} \text{kg}; v_k = ?$$

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kT}{2 \cdot A_r \cdot m_u}}$$

$$v_{k0} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273,15}{2 \cdot 16 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}} \text{m.s}^{-1} \doteq 461 \text{m.s}^{-1}$$

$$v_{k100} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 373,15}{2 \cdot 16 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}} \text{m.s}^{-1} \doteq 539 \text{m.s}^{-1}$$

V dobré shodě
s odhadem.

Příklad

- Vypočtete střední kinetickou energii jednoatomové molekuly ideálního plynu o teplotě 0°C .

$$t = 0^{\circ}\text{C} \Rightarrow T = 273,15\text{K}; E_0 = ?$$

$$E_0 = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273,15\text{J} \doteq 5,65 \cdot 10^{-21}\text{J}$$

Literatura

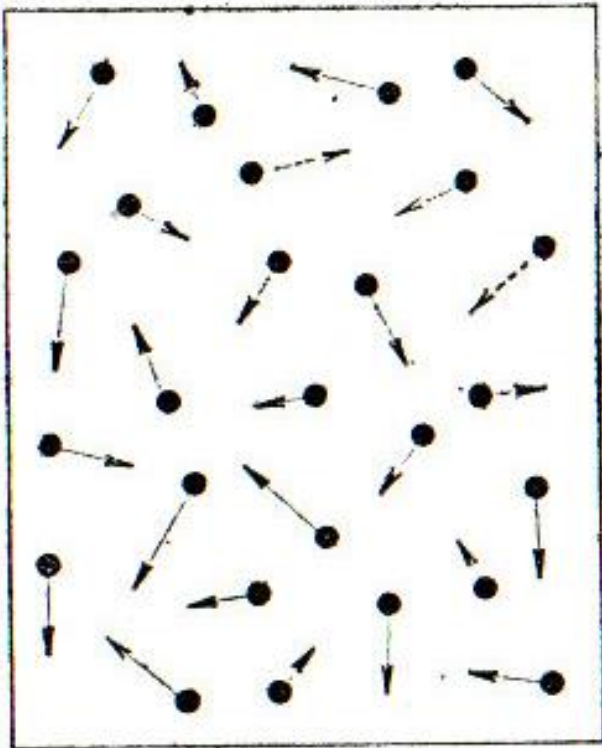
- ▶ [1] BEDNAŘÍK, Milan; KUNZOVÁ, Vlasta; SVOBODA, Emanuel. *Fyzika II pro studijní obory SOU*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n.p., 1986, ISBN 14-209-86.
- ▶ [2] AUTOR NEUVEDEN. *Wikipedia.cz* [online]. [cit. 6.11.2012]. Dostupný na WWW:
http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/15/James-clerk-maxwell_1.jpg
- ▶ [3] HLAVIČKA, Alois a kol. *Fyzika pro pedagogické fakulty 1*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n.p., 1971, ISBN 14-446-71.
- ▶ [4] MIKULČÁK, Jiří a kol. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n.p., 1988, ISBN 15 084/87-210.

Základní rovnice pro tlak ideálního plynu

Ing. Stanislav Jakoubek

Název školy	Střední škola technická AGC a.s.
Název a číslo OP	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5 Název projektu: Výuka atraktivně a efektivně, č.p.: CZ.1.07/1.5.00/34.0057
Název šablony klíčové aktivity	III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT
Tematická oblast (předmět)	Fyzika
Název sady vzdělávacích materiálů	Molekulová fyzika a termodynamika
Jméno tvůrce vzdělávací sady	Ing. Stanislav Jakoubek
Číslo sady	III/2-2-3
Číslo DUMu	III/2-2-3-16
Anotace	Na základě představy o neustálém chaotickém pohybu molekul v plynu si vysvětlíme, co je to vlastně tlak. Dále si uvedeme rovnici pro tlak v plynu a ukážeme si, že si v ní podávají ruce mikroskopické veličiny, jako je třeba hmotnost molekuly, s makroskopickými veličinami, jako je kupříkladu tlak.

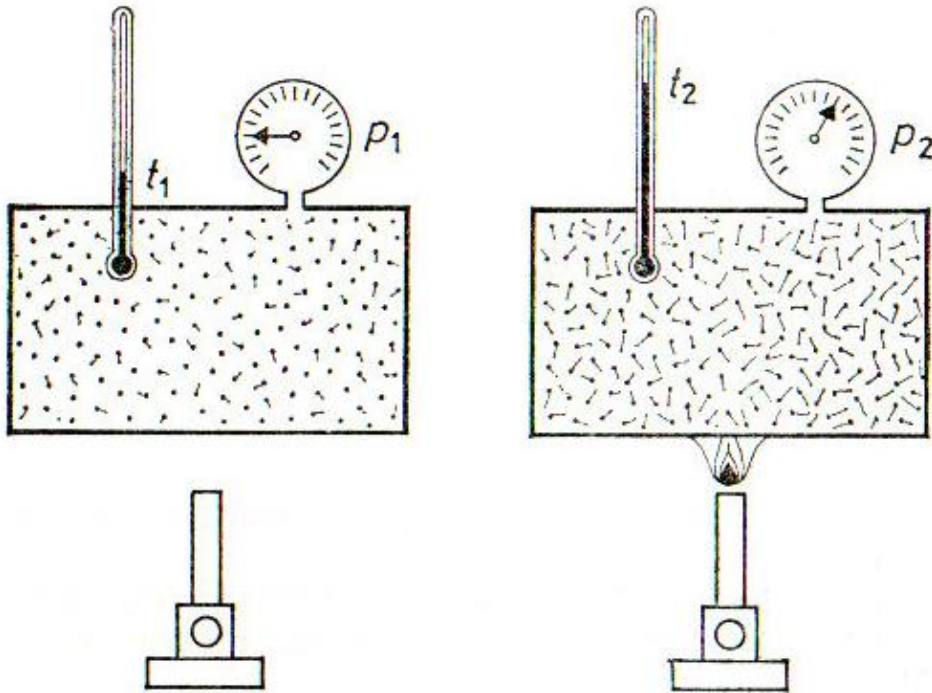
Představa tlaku plynu na stěny nádoby



- Díky chaotickému pohybu molekul dochází k jejich nárazům do molekul ve stěnách nádoby. Síla nárazů působí na plochu stěny a způsobuje tlak.

Při stálých vnějších podmínkách se nemění.

Závislost tlaku na teplotě



S rostoucí teplotou roste E_0 a tedy roste v_k .

S rostoucí v_k dochází k větším nárazům na stěny nádoby a tedy roste tlak.

$$\Rightarrow p = p(v_k)$$

Jaká je ta funkce?

Základní rovnice pro tlak ideálního plynu

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m_0 v_k^2$$

N ... počet molekul v plynu

V ... objem plynu

m_0 ... hmotnost jedné molekuly

v_k ... střední kvadratická rychlost

Důležitý vztah, protože dává dohromady veličiny vztahující se k samotným molekulám (m_0, v_k) s makroskopicky měřitelnou veličinou (p).

Užitečný vzorec

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m_0 v_k^2 = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \frac{m_0 v_k^2}{2} \Rightarrow p = \text{konst.} E_0$$

Tlak je přímo úměrný střední kinetické energii připadající na jednu molekulu E_0 .

$$N \cdot m_0 = m; \frac{m}{V} = \rho \Rightarrow$$

$$p = \frac{1}{3} \rho v_k^2$$

Hmotnost
celého
plynu.

Hustota
plynu.

Příklad

- Ověřte pomocí jednotek, že základní rovnice pro tlak opravdu počítá tlak v pascálech.

$$p = \frac{F}{S} = \frac{m \cdot a}{S} \Rightarrow Pa = \frac{kg \cdot m \cdot s^{-2}}{m^2} = kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2} \quad \text{Tohle musí vyjít.}$$

$$[p] = \left[\frac{1}{3} \right] \frac{[N]}{[V]} [m_0] [v_k]^2 = 1 \cdot \frac{1}{m^3} \cdot kg \cdot (m \cdot s^{-1})^2 = m^{-3} \cdot kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} = kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$$

Příklad

- V ocelové nádobě vnitřního objemu 10 litrů je kyslík o hmotnosti 0,1kg. Jaký je tlak kyslíku při teplotě 0°C?

$$V = 10l = 0,01m^3, m = 0,1kg, v_k = 461m.s^{-1}; p = ?$$

$$p = \frac{1}{3} \rho v_k^2 = \frac{1}{3} \frac{m}{V} v_k^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{0,1}{0,01} \cdot 461^2 Pa \doteq 708403Pa \doteq 0,708MPa$$

Příklad

- Vzduch v uzavřené nádobě má tlak 0,1MPa a hustotu 1,28kg.m⁻³. Jaká je střední kvadratická rychlost molekul plynů vzduchu za těchto podmínek? Jak se změní tato rychlost, jestliže se tlak plynu čtyřikrát zvětší a hustota zůstane konstantní?

$$p = 0,1\text{MPa}, \rho = 1,28\text{kg.m}^{-3}, p_1 = 4p; v_k = ?$$

$$p = \frac{1}{3} \rho v_k^2 \Rightarrow v_k = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 0,1 \cdot 10^6}{1,28}} \text{m.s}^{-1} \doteq 484 \text{m.s}^{-1}$$

$$v_{k1} = \sqrt{\frac{3 \cdot 4p}{\rho}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{3p}{\rho}} = 2 \cdot v_k \quad \text{Dvakrát vzroste.}$$

Literatura

- ▶ [1] BEDNAŘÍK, Milan; KUNZOVÁ, Vlasta; SVOBODA, Emanuel. *Fyzika II pro studijní obory SOU*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n.p., 1986, ISBN 14-209-86.

Stavová rovnice pro ideální plyn

Ing. Stanislav Jakoubek

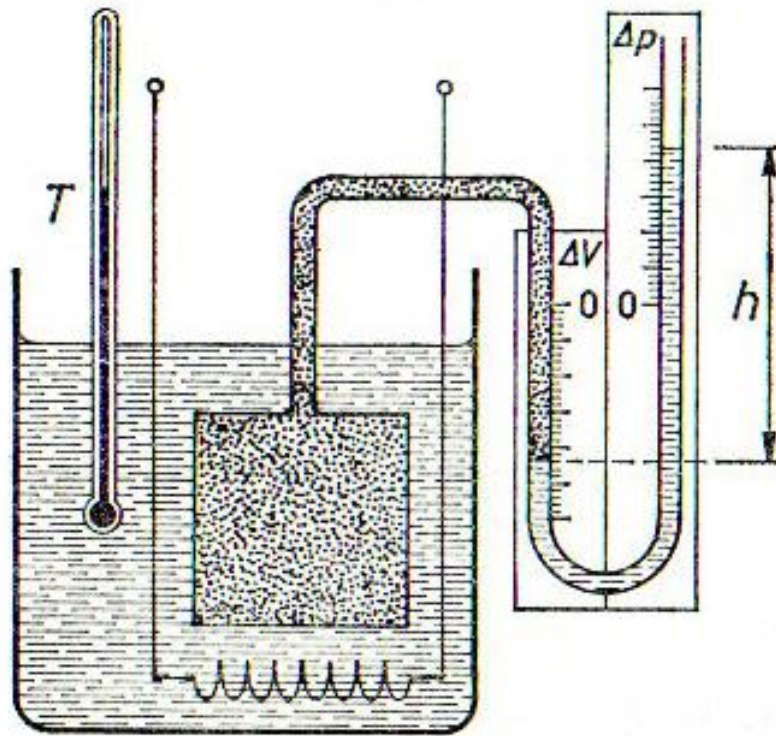
Název školy	Střední škola technická AGC a.s.
Název a číslo OP	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5 Název projektu: Výuka atraktivně a efektivně, č.p.: CZ.1.07/1.5.00/34.0057
Název šablony klíčové aktivity	III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT
Tematická oblast (předmět)	Fyzika
Název sady vzdělávacích materiálů	Molekulová fyzika a termodynamika
Jméno tvůrce vzdělávací sady	Ing. Stanislav Jakoubek
Číslo sady	III/2-2-3
Číslo DUMu	III/2-2-3-17
Anotace	Víme, že plyn je popsán stavovými veličinami. Jsou na sobě nezávislé nebo například změna teploty způsobí změnu tlaku? Odpovědi na tyto a další otázky nám dá tato kapitola.

Popis plynu v rovnovážném stavu

- ▶ Popisujeme ho pomocí stavových veličin
- ▶ Nejčastěji:
 - tlak p
 - objem V
 - termodynamická teplota T

Vztah mezi těmito veličinami se nazývá
stavová rovnice pro ideální plyn.

Schéma pokusu na ověření stavové rovnice ideálního plynu



Měníme teplotu, tlak
či objem a
zkoumáme, jak se
tato změna projeví
na hodnotách
zbylých veličin.

Modelové výsledky pokusu

T [K]	V [$\cdot 10^{-3} \text{m}^{-3}$]	p [$\cdot 10^3 \text{Pa}$]	pV/T [$\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$]
280	1,000	101,0	0,361
282	1,003	101,4	
284	1,005	102,0	
286	1,007	102,4	

Podobný závěr lze udělat i pro jiný plyn o libovolné hmotnosti. Jen ta konstanta by vyšla jiná.

Stavová rovnice ideálního plynu (při stálé hmotnosti)

- Při stavové změně ideálního plynu stálé hmotnosti je výraz $\frac{pV}{T}$ konstantní.

$$\frac{pV}{T} = konst$$

Stavová rovnice ideálního plynu – tvar vhodný pro výpočty

- ▶ Na počátku děje má plyn tlak p_1 , objem V_1 , teplotu T_1 .
- ▶ Na konci děje má plyn tlak p_2 , objem V_2 , teplotu T_2 .

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Molární plynová konstanta (univerzální plynová konstanta)

- ▶ Provedme popsáný experiment s 1 mol plynu za normálních podmínek ($p_n = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $t_n = 0^\circ \text{ C} \Rightarrow T_n = 273,15 \text{ K}$).
- ▶ Za těchto podmínek má každý plyn molární objem $V_m = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$

$$\frac{p_n V_m}{T_n} = \frac{1,01325 \cdot 10^5 \cdot 22,4 \cdot 10^{-3}}{273,15} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \doteq 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$R_m = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Pro všechny ideální plyny je stejná.

Úprava stavové rovnice pro ideální plyn o látkovém množství 1 mol

$$\frac{p \cdot V_m}{T} = R_m \Rightarrow p \cdot V_m = R_m \cdot T$$

V_m ... molární objem ideálního plynu za tlaku p a teploty T .

Úprava stavové rovnice pro ideální plyn o hmotnosti m

Víme: $V_m = \frac{V}{n}; M_m = \frac{m}{n} \Rightarrow n = \frac{m}{M_m}$

Upravíme: $V_m = \frac{V}{n} = V \frac{M_m}{m}$

Dosadíme do stavové rovnice pro 1 mol:

$$pV \frac{M_m}{m} = R_m T \Rightarrow$$

$$pV = \frac{m}{M_m} R_m T$$

Příklad

- V tlakové nádobě o objemu 20dm^3 je vodík H_2 o hmotnosti 4g a teplotě 27°C . Jaký je tlak vodíku, považujeme-li ho za ideální plyn?

$$V = 20\text{dm}^3 = 0,02\text{m}^3, m = 4\text{g} = 0,004\text{kg}, t = 27^\circ\text{C} \Rightarrow T = 300,15\text{K}; p = ?$$

$$A_r(\text{H}) = 1 \Rightarrow M_r(\text{H}_2) = 2 \Rightarrow M_m(\text{H}_2) = 0,002\text{kg.mol}^{-1}$$

$$pV = \frac{m}{M_m} R_m T \Rightarrow p = \frac{m R_m T}{M_m V} = \frac{0,004 \cdot 8,31 \cdot 300,15}{0,002 \cdot 0,02} \text{Pa} \doteq 249425\text{Pa}$$

Po zaokrouhlení: $p \doteq 0,25\text{MPa}$

Příklad

- Vzduch má při teplotě 293K tlak 99,7kPa a objem 2m³. Jaký objem má vzduch za normálních podmínek?

$$T_1 = 293K, p_1 = 99,7kPa, V_1 = 2m^3,$$

$$T_n = 273,15K, p_n = 101,325kPa; V_2 = ?$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_n V_2}{T_n} \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1 T_n}{T_1 p_n} = \frac{99,7 \cdot 2 \cdot 273,15}{293 \cdot 101,325} m^3 \doteq 1,83 m^3$$

Příklad

- Jak se změní tlak plynu, jestliže se jeho termodynamická teplota zvětší třikrát a jeho objem vzroste o 25% původního objemu?

$$p_1, T_1, V_1, T_2 = 3T_1, V_2 = 1,25V_1; p_2 = ?$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{T_1 V_2} = \frac{p_1 V_1 \cdot 3T_1}{T_1 \cdot 1,25V_1} = 2,4 p_1$$

Tlak se zvýší 2,4 krát.

Příklad

- Při teplotě 20°C je tlak vzduchu v pneumatice osobního automobilu $0,15\text{MPa}$. Jaký tlak má vzduch, zvýší-li se teplota o 30°C a objem vzroste o 1% ?

$$t_1 = 20^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_1 = 293,15\text{K}, p_1 = 0,15\text{MPa},$$

$$\Delta t = 30^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_2 = 323,15\text{K}, V_2 = 1,01V_1; p_2 = ?$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{T_1 V_2} = \frac{0,15 \cdot V_1 \cdot 323,15}{293,15 \cdot 1,01 V_1} \text{MPa} \doteq 0,16\text{MPa}$$

Příklad

- Chlór Cl_2 má při tlaku 98,4kPa a teplotě 22°C objem 3 litry. Určete jeho hmotnost.

$$p = 98,4\text{kPa}, t = 22^\circ\text{C} \Rightarrow T = 295,15\text{K}, V = 3\text{l} = 0,003\text{m}^3,$$

$$A_r(\text{Cl}) = 35,5 \Rightarrow M_r(\text{Cl}_2) = 71; m = ?$$

$$pV = \frac{m}{M_m} R_m T \Rightarrow m = \frac{pVM_m}{R_m T}$$

$$m = \frac{98400 \cdot 0,003 \cdot 0,071}{8,31 \cdot 295,15} \text{kg} \doteq 8,55 \cdot 10^{-3} \text{kg} = 8,55\text{g}$$

Úloha

- Jaký je tvar stavové rovnice ideálního plynu pro látkové množství n ?

Víme: $pV_m = R_m T; V_m = \frac{V}{n}$

Dosadíme a upravíme:

$$p \frac{V}{n} = R_m T \Rightarrow \boxed{pV = nR_m T}$$

Úloha

- Jaký je tvar stavové rovnice ideálního plynu pro daný počet molekul N ?

Víme: $p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \frac{m_0 v_k^2}{2}$ $E_0 = \frac{1}{2} m_0 v_k^2 = \frac{3}{2} kT$

Upravíme: $pV = \frac{2}{3} N \frac{m_0 v_k^2}{2} = \frac{2}{3} N E_0 = \frac{2}{3} N \frac{3}{2} kT = NkT$

$$pV = NkT$$

Literatura

- ▶ [1] BEDNAŘÍK, Milan; KUNZOVÁ, Vlasta; SVOBODA, Emanuel. *Fyzika II pro studijní obory SOU*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n.p., 1986, ISBN 14-209-86.

Stavové změny ideálního plynu

Ing. Stanislav Jakoubek

Název školy	Střední škola technická AGC a.s.
Název a číslo OP	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5 Název projektu: Výuka atraktivně a efektivně, č.p.: CZ.1.07/1.5.00/34.0057
Název šablony klíčové aktivity	III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT
Tematická oblast (předmět)	Fyzika
Název sady vzdělávacích materiálů	Molekulová fyzika a termodynamika
Jméno tvůrce vzdělávací sady	Ing. Stanislav Jakoubek
Číslo sady	III/2-2-3
Číslo DUMu	III/2-2-3-18
Anotace	Čeká nás velmi důležitá kapitola o dějích v plynech. Bez jejího pochopení by nefungovaly tepelné motory, chladničky atd.

Jednoduché děje s ideálním plynem

- ▶ Obecně: při změně stavu plynu se mění současně tlak, teplota i objem ideálního plynu.
- ▶ Pokud zůstává jedna z veličin konstantní, mluvíme o jednoduchých dějích s ideálním plynem
- ▶ Jiný název: **izoděje**

Izotermický děj

- Teplota plynu je stálá, tedy $T_1 = T_2 = T$

$$\frac{p_1 V_1}{T} = \frac{p_2 V_2}{T} \Rightarrow p_1 V_1 = p_2 V_2$$

Obecně: $pV = konst.$

Poznámka: zákon Boyleův - Mariottův

Robert Boyle (1627 – 1691)

- Irský filozof, chemik a fyzik



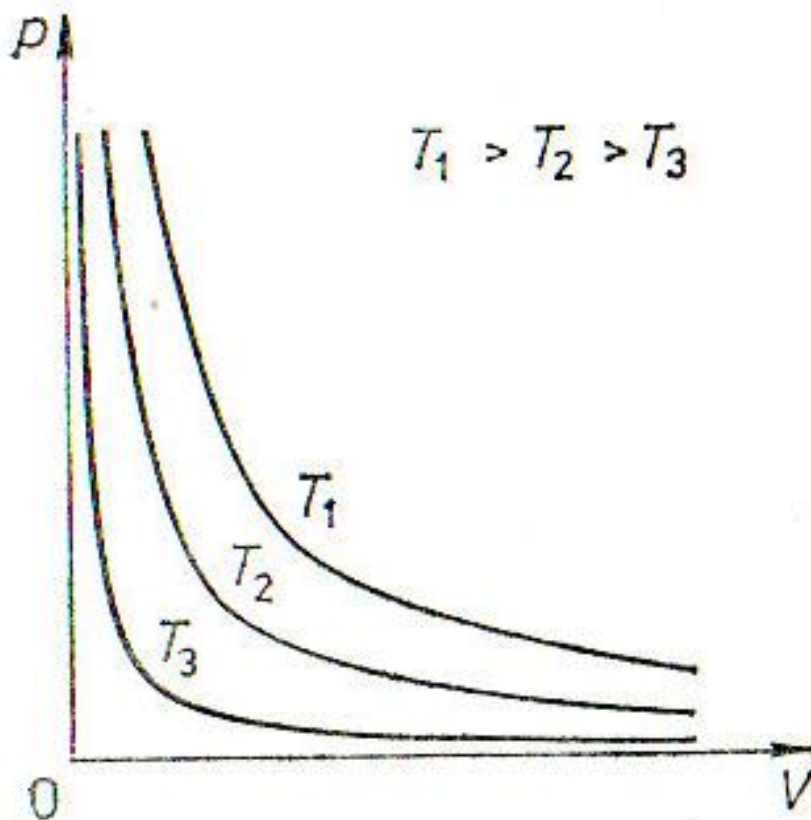
Edme Mariotte (1620 (?) – 1684)

- Francouzský kněz a fyzik



(pravděpodobně)

Izoterma v pV diagramu



V grafu jsou znázorněny tři izotermy pro tři různé teploty T_1 , T_2 a T_3 .

Izotermický děj – pokračování

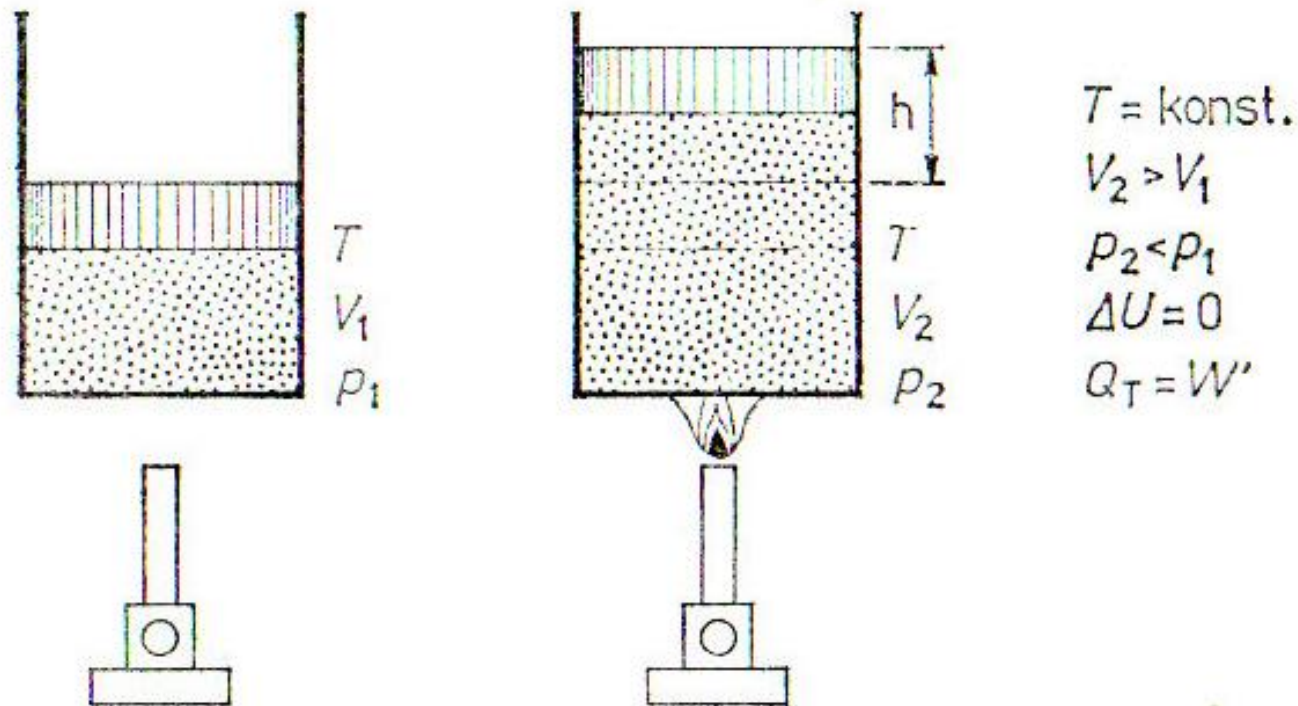
- Teplota plynu se nemění $\Rightarrow$ střední kinetická energie molekul se nemění $\Rightarrow$ vnitřní energie plynu se nemění ($\Delta U = 0 \text{ J}$)

Z 1. termodynamického zákona:

$$Q = \Delta U + W' \Rightarrow Q = W'$$

Teplo přijaté ideálním plynem při izotermickém ději se rovná práci, kterou plyn při tomto ději vykoná.

Grafické vyjádření předchozí myšlenky



Kde se projeví vykonaná práce?

Posunem pístu vzhůru silou F po dráze h .

Izochorický děj

- Objem plynu je stálý, tedy $V_1 = V_2 = V$

$$\frac{p_1 V}{T_1} = \frac{p_2 V}{T_2} \Rightarrow \boxed{\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}}$$

Obecně: $\boxed{\frac{p}{T} = \textit{konst.}}$

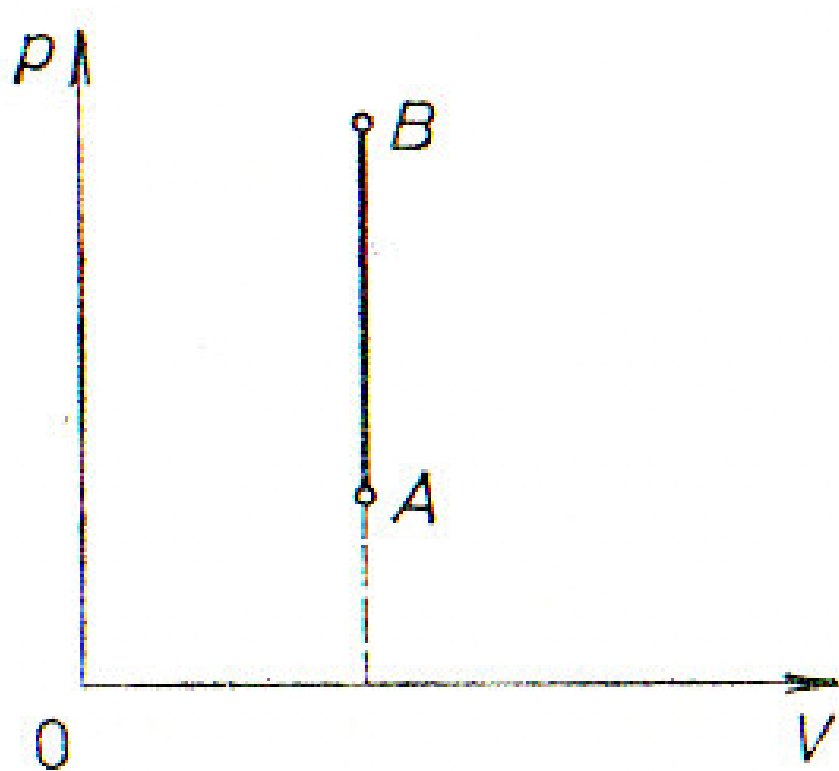
Poznámka: zákon Charlesův

Jacques Alexandre César Charles (1746 – 1823)

- Francouzský chemik a fyzik

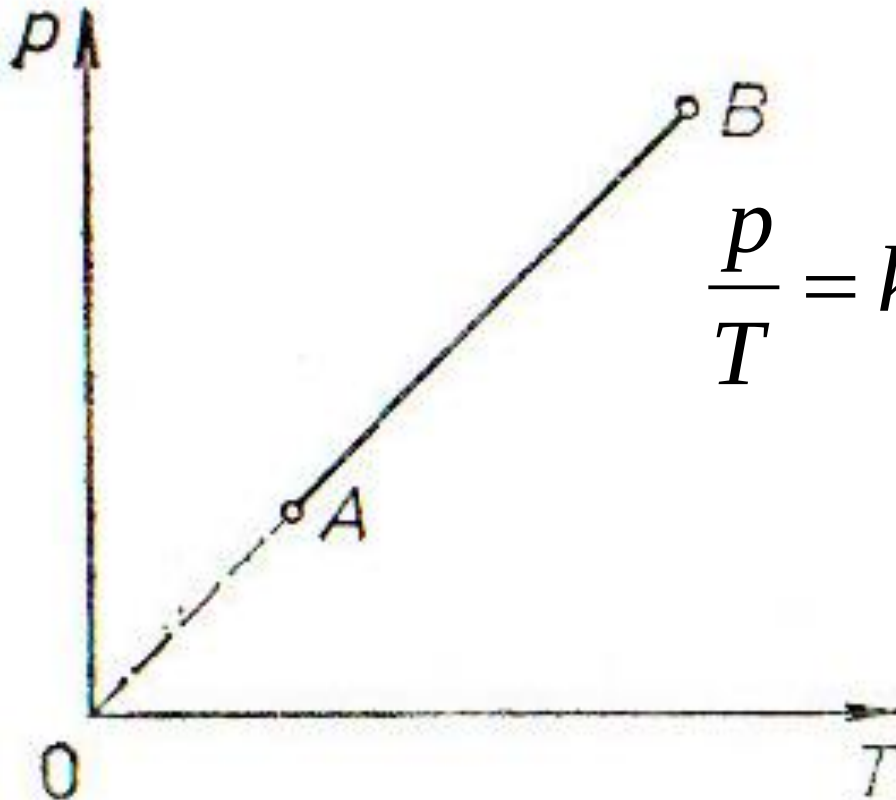


Izochora v pV diagramu



Objem je stále
stejný!

Izochora v pT diagramu



$$\frac{p}{T} = \text{konst.} \Rightarrow p = \text{konst.} T$$

Formálně
odpovídá přímé
úměrnosti.

Při izochorickém ději s ideálním plynem stálé hmotnosti je tlak plynu přímo úměrný termodynamické teplotě.

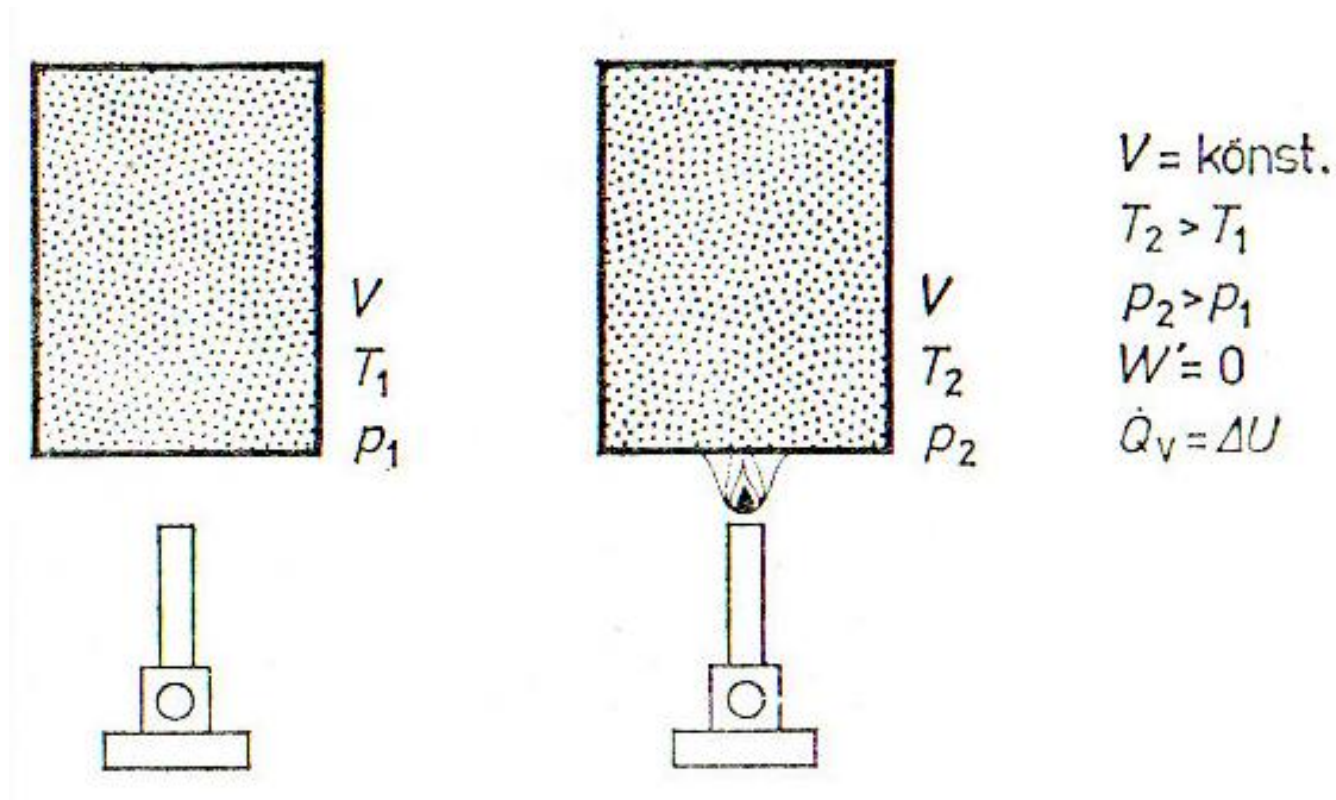
Izochorický děj – pokračování

- ▶ Na zvýšení teploty dodáme plynu teplo $Q = m \cdot c_v \cdot \Delta T$ (c_v – měrná tepelná kapacita plynu při stálém objemu).
- ▶ Nemění se objem $\Rightarrow$ nic se nikam neposouvá $\Rightarrow$ nevykonává se práce ($W' = 0$)

$$Q = \Delta U + W' \Rightarrow Q = \Delta U$$

Teplo přijaté ideálním plynem při izochorickém ději se rovná přírůstku jeho vnitřní energie.

Grafické vyjádření předchozí myšlenky



Izobarický děj

- Tlak plynu je stálý, tedy $p_1 = p_2 = p$

$$\frac{pV_1}{T_1} = \frac{pV_2}{T_2} \Rightarrow \boxed{\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}}$$

Obecně: $\boxed{\frac{V}{T} = \textit{konst.}}$

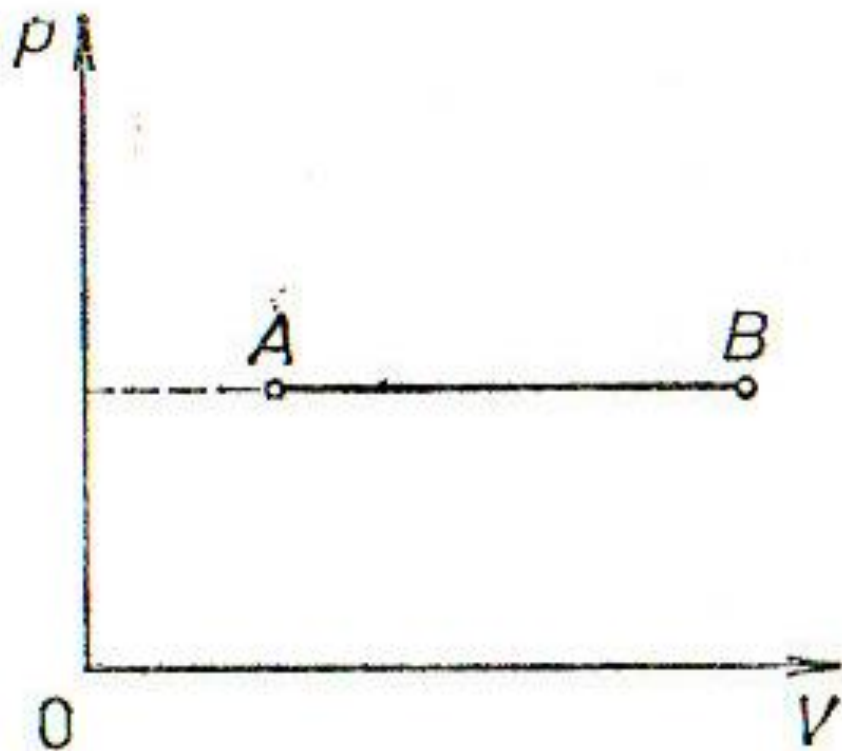
Poznámka: zákon Gay-Lussacův (1802)

Joseph Louis Gay-Lussac (1778–1850)

- Francouzský fyzik

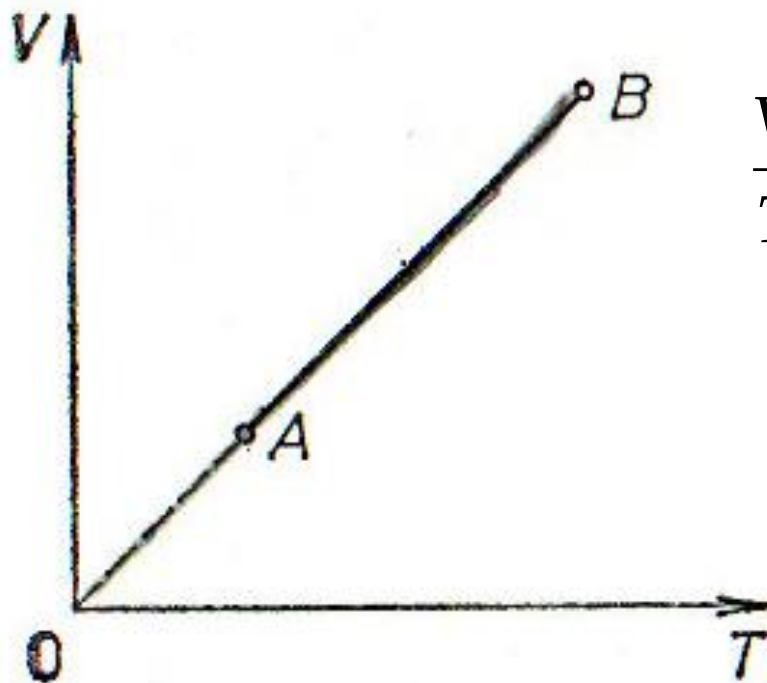


Izobara v pV diagramu



Tlak je stále
stejný!

Izobara v VT diagramu



$$\frac{V}{T} = \text{konst.} \Rightarrow V = \text{konst.}T$$

Formálně
odpovídá přímé
úměrnosti.

Při izobarickém ději s ideálním plynem stálé hmotnosti je objem plynu přímo úměrný jeho termodynamické teplotě.

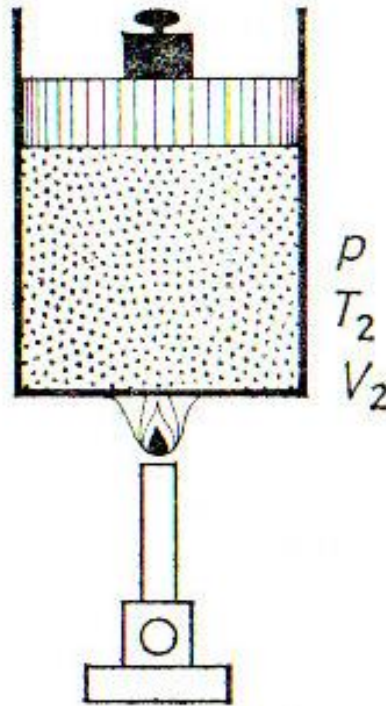
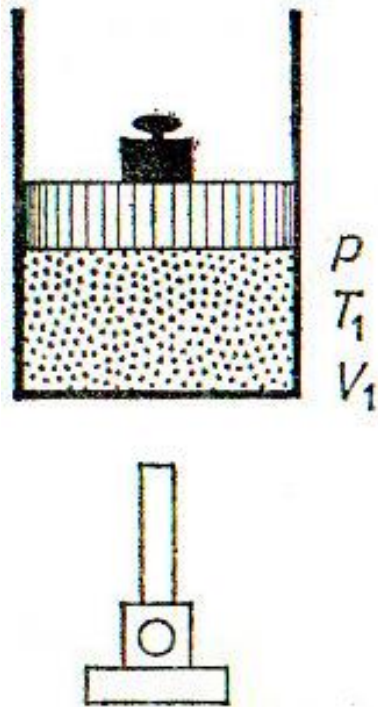
Izobarický děj – pokračování

- ▶ Na zvýšení teploty dodáme plynu teplo $Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T$ (c_p – měrná tepelná kapacita při stálém tlaku)
- ▶ Zahřívá se $\Rightarrow$ roste vnitřní energie
- ▶ Mění se objem $\Rightarrow$ koná se práce W'

$$Q = \Delta U + W'$$

Teplo přijaté ideálním plynem při izobarickém ději se rovná součtu přírůstku jeho vnitřní energie a práce, kterou plyn vykoná.

Grafické vyjádření předchozí myšlenky



$$p = \text{konst.}$$

$$T_2 > T_1$$

$$V_2 > V_1$$

$$Q_p = \Delta U + W'$$

Příklad

- V nádobě o vnitřním objemu 10 litrů je uzavřen plyn při tlaku 5MPa. Jaký bude jeho objem, poklesne-li izotermicky tlak na 2MPa?

$$V_1 = 10l, p_1 = 5MPa, p_2 = 2MPa, T = konst.; V_2 = ?$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = \frac{5 \cdot 10}{2} l = 25l$$

Příklad

- Při teplotě 0°C má ideální plyn tlak $1,02\text{kPa}$. Určete tlak plynu, jestliže se teplota zvýší o 100°C při stálém objemu.

$$t_1 = 0^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_1 = 273,15\text{K}, p_1 = 1,02\text{kPa}, \Delta t = 100^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_2 = 373,15\text{K},$$
$$V = \text{konst.}; p_2 = ?$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1}{T_1} T_2 = \frac{1,02}{273,15} \cdot 373,15\text{kPa} \doteq 1,39\text{kPa}$$

Příklad

- Teplota ideálního plynu dané hmotnosti se zvětšuje za stálého tlaku z počáteční hodnoty 20°C . Při jaké teplotě má plyn dvojnásobný objem ve srovnání s objemem při počáteční teplotě?

$$t_1 = 20^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_1 = 293,15\text{K}, p = \text{konst.}, V_1, V_2 = 2V_1; t_2 = ?$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1 = \frac{2V_1}{V_1} \cdot 293,15\text{K} = 586,3\text{K} \Rightarrow t_2 = 313,15^{\circ}\text{C}$$

Literatura

- ▶ [1] BEDNAŘÍK, Milan; KUNZOVÁ, Vlasta; SVOBODA, Emanuel. *Fyzika II pro studijní obory SOU*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n.p., 1986, ISBN 14-209-86.
- ▶ [2] AUTOR NEUVEDEN. *wikipedia.cz* [online]. [cit. 16.11.2012]. Dostupný na WWW: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Gaylussac.jpg>
- ▶ [3] KROOSHOF, Gerard. *wikipedia.cz* [online]. [cit. 16.11.2012]. Dostupný na WWW: http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Detail_Acad_Sciences1666.jpg
- ▶ [4] KERSEBOOM, Johann. *wikipedia.cz* [online]. [cit. 16.11.2012]. Dostupný na WWW: http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Robert_Boyle_0001.jpg
- ▶ [5] AUTOR NEZNÁMÝ. *wikipedia.en* [online]. [cit. 16.11.2012]. Dostupný na WWW: http://en.wikipedia.org/wiki/File:Jacques_Alexandre_C%C3%A9sar_Charles.jpg

Adiabatický děj s ideálním plynem

Ing. Stanislav Jakoubek

Název školy	Střední škola technická AGC a.s.
Název a číslo OP	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5 Název projektu: Výuka atraktivně a efektivně, č.p.: CZ.1.07/1.5.00/34.0057
Název šablony klíčové aktivity	III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT
Tematická oblast (předmět)	Fyzika
Název sady vzdělávacích materiálů	Molekulová fyzika a termodynamika
Jméno tvůrce vzdělávací sady	Ing. Stanislav Jakoubek
Číslo sady	III/2-2-3
Číslo DUMu	III/2-2-3-19
Anotace	Vysvětlíme si, co se děje s termodynamickou soustavou, pokud při ději nedochází k tepelné výměně s okolím. Pochopíme, proč se zahřívá ventilek při usilovném pumpování a proč dochází k ochlazení prudce otevřené natlakované láhve s plynem.

Definice adiabatického děje

- ▶ Řadí se mezi jednoduché děje s ideálním plynem
- ▶ Neprobíhá při něm tepelná výměna mezi plynem a okolím $\Rightarrow Q=0\text{J}$

$$Q = \Delta U + W' = \Delta U - W \Rightarrow 0 = \Delta U - W \Rightarrow \Delta U = W$$

W – práce
okolních sil

Dva případy adiabatického děje

- ▶ Adiabatické stlačení plynu (adiabatická komprese)
- ▶ Adiabatické rozpínání plynu (adiabatická expanze)

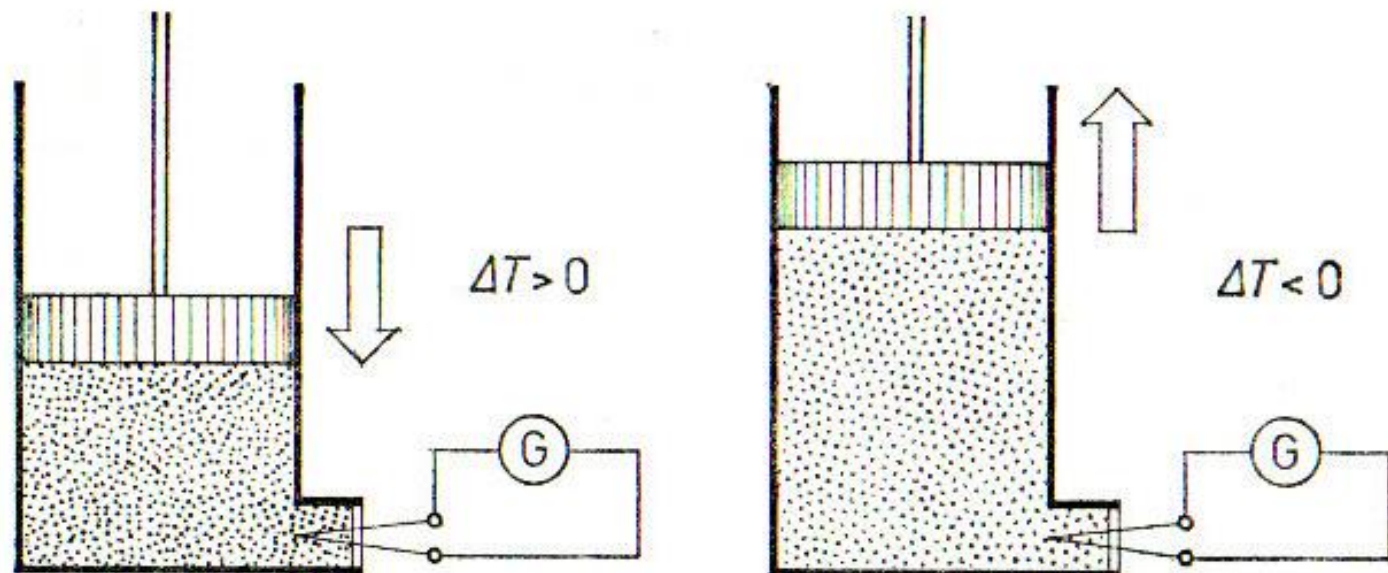
Adiabatická komprese

- ▶ Vnější síly konají práci na stlačení plynu
 $\Rightarrow W > 0$ a tedy $\Delta U > 0$
- ▶ Roste vnitřní energie $\Rightarrow$ plyn se zahřívá
- ▶ Příklady z praxe: při rychlém pumpování kola pumpičkou se ventilek zahřívá (zkuste si to 😊).
- ▶ Vznícení pohonných látek ve válcích vznětových motorů.

Adiabatická expanze

- ▶ Vnější síly práci přijímají, naopak vykonává jí expandující plyn na úkor své vnitřní energie
- ▶ $W < 0 \Rightarrow \Delta U < 0$, plyn se ochlazuje
- ▶ Příklad z praxe: při rychlém otevření plné tlakové láhve s plynem dojde k jejímu ochlazení (někdy vznikne i námraza)

Experimentální ověření



Termočlánek
připojený k
citlivému
galvanometru.

Poissonův zákon

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa$$

Obecně:

$$pV^\kappa = \textit{konst.}$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

Poissonova konstanta

c_p ... měrná tepelná kapacita plynu za stálého tlaku

c_v ... měrná tepelná kapacita plynu za stálého objemu

Poissonova konstanta

- Pro ideální plyn s jednoatomovými molekulami:

$$\kappa \doteq \frac{5}{3}$$

- Pro ideální plyn s dvouatomovými molekulami:

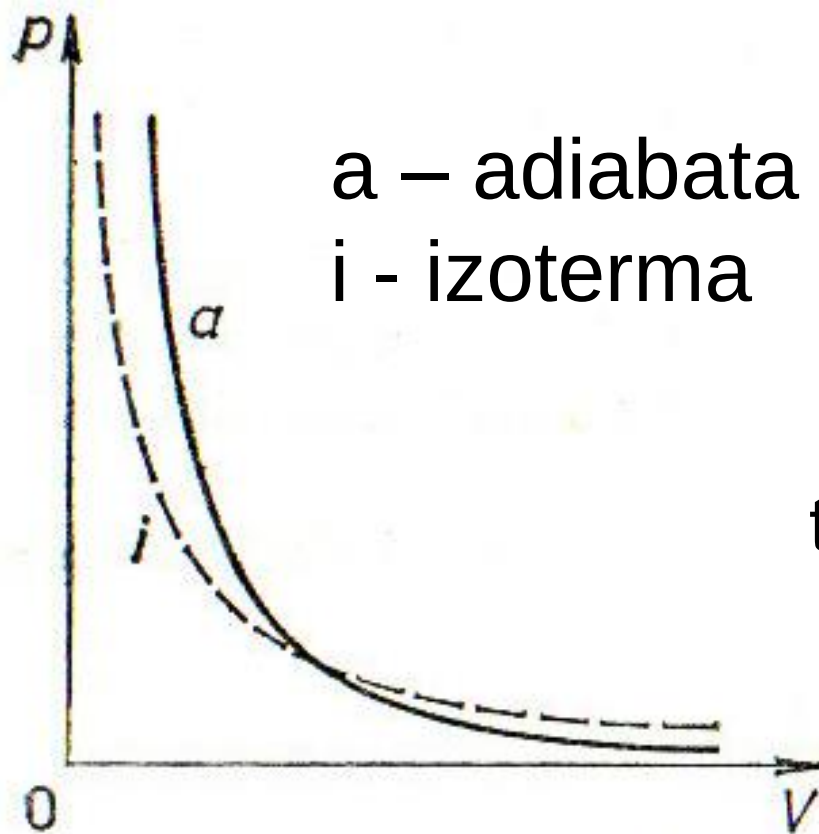
$$\kappa \doteq \frac{7}{5}$$

Siméon Denis Poisson (1781 – 1840)

- Francouzský matematik, geometr, astronom a fyzik



Porovnání adiabaty a izotermy pro ideální plyn



Adiabat klesá pro tentýž plyn rychleji, než izoterma.

Jak na adiabatický děj prakticky?

- ▶ Adiabatické komprese nebo expanze lze dosáhnout rychlým průběhem dějů (aby plyn neměl čas odevzdat nebo přijmout teplo).

Polytropický děj

- ▶ Izotermický děj – probíhá pomalu a vyžaduje dokonalou tepelnou výměnu mezi plynem a okolím
- ▶ Adiabatický děj – probíhá rychle a vyžaduje dokonalou izolaci
- ▶ Reálné děje: něco mezi nimi $\Rightarrow$ polytropické děje

$$pV^\gamma = konst.$$

$$\gamma > 1 \wedge \gamma < \kappa$$

polytropický koeficient

Úloha – sněhový hasicí přístroj

- ▶ Hasivem je oxid uhličitý, který je v hasicím přístroji natlakovaný. Při použití dojde k rychlé (tedy adiabatické) expanzi plynu, který se prudce ochladí a vytvoří suchý led.
- ▶ Po použití se odpaří, proto se hodí i k hašení potravin.



Příklad

- ▶ Vzduch pod pístem válce má objem 1 litr, tlak 0,1MPa. Jak se změní tlak vzduchu, jestliže se jeho objem zmenší na 1/10 původního objemu a) izotermicky, b) adiabaticky. Poissonova konstanta pro vzduch je 1,4.

$$V_1 = 1l, p_1 = 0,1MPa, V_2 = 0,1V_1, \kappa = 1,4; p_2 = ?$$

Příklad – řešení

Izotermicky:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{p_1 V_1}{0,1 V_1} = 10 p_1 = 10 \cdot 0,1 \text{ MPa} = 1 \text{ MPa}$$

Adiabaticky:

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1^\kappa}{V_2^\kappa} = \frac{p_1 V_1^\kappa}{0,1^\kappa \cdot V_1^\kappa} = \frac{p_1}{0,1^\kappa}$$

$$p_2 = \frac{0,1}{0,1^{1,4}} \text{ MPa} \doteq 2,5 \text{ MPa}$$

Výsledky porovnejte s grafem izotermy a adiabaty!

Literatura

- ▶ [1] BEDNAŘÍK, Milan; KUNZOVÁ, Vlasta; SVOBODA, Emanuel. *Fyzika II pro studijní obory SOU*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n.p., 1986, ISBN 14-209-86.
- ▶ [2] AUTOR NEUVEDEN. *wikipedia.cz* [online]. [cit. 16.11.2012]. Dostupný na WWW:
http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Simeon_Poisson.jpg
- ▶ [3] AUTOR NEUVEDEN. *hastex.cz* [online]. [cit. 20.11.2012]. Dostupný na WWW:
<http://hastex.cz/eshop/hasici-pristroj-co2-snehovy-s-5-h>



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Reálný plyn

Ing. Stanislav Jakoubek

Název školy	Střední škola technická AGC a.s.
Název a číslo OP	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5 Název projektu: Výuka atraktivně a efektivně, č.p.: CZ.1.07/1.5.00/34.0057
Název šablony klíčové aktivity	III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT
Tematická oblast (předmět)	Fyzika
Název sady vzdělávacích materiálů	Molekulová fyzika a termodynamika
Jméno tvůrce vzdělávací sady	Ing. Stanislav Jakoubek
Číslo sady	III/2-2-3
Číslo DUMu	III/2-2-3-20
Anotace	Vysvětlíme si základní rozdíly mezi ideálním plynem a reálným plynem. Pochopíme, jaké další parametry mají vliv na strukturu a vlastnosti plynů. Zmíníme van der Waalovu rovnici pro reálný plyn.

Odchylky ideálního a reálného plynu

- ▶ Pro vysoké tlaky neplatí přesně zákon Boyleův-Mariottův

$$pV = konst \Rightarrow V = \frac{konst}{p}$$

Objem plynu je
nepřímo
úměrný tlaku.

Při vysokých tlacích nelze zanedbat vlastní objem molekul a rovněž se díky malé střední vzdálenosti částic začínají projevovat přitažlivé a odpudivé síly.

Odchylky ideálního a reálného plynu

- ▶ Pro vysoké tlaky a vysoké teploty neplatí přesně zákon Gay-Lussacův

$$\frac{V}{T} = konst$$

Teplota plynu souvisí s jeho vnitřní energií. V modelu ideálního plynu je tvořena pouze kinetickou energií pohybujících se molekul. Díky vysokému tlaku (a tím pádem malé vzdálenosti mezi molekulami) se projevují přitažlivé a odpuzivé síly. S pohybem v tomto silovém poli souvisí potenciální energie molekul.

Odchylky ideálního a reálného plynu

- ▶ Pro velmi nízké teploty neplatí přesně Charlesův zákon. Jinak docela přesně ano.

$$\frac{p}{T} = konst.$$

Van der Waalsova rovnice

- ▶ Přesnější stavová rovnice pro plyn.
- ▶ Zahrnuje vlastní objem molekul a soudržné síly mezi nimi.
- ▶ Dá se použít i při vysokých tlacích.

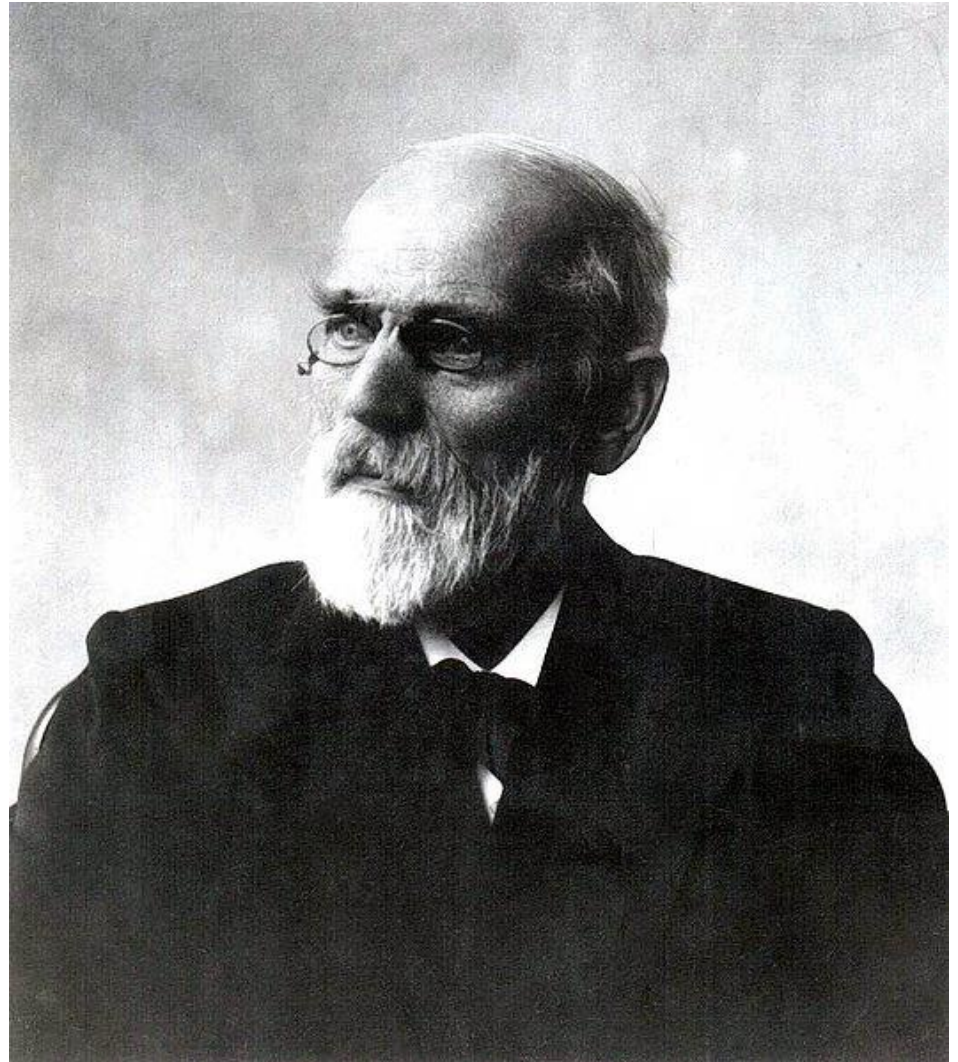
$$\left(p + \frac{a}{V_m^2} \right) (V_m - b) = R_m T \quad \text{Pro 1 mol plynu.}$$

a – konstanta související se soudržností molekul

b – konstanta související s vlastním objemem molekul

Johannes Diderik van der Waals (1837 – 1923)

Holandský fyzik



Literatura

- ▶ [1] BEDNAŘÍK, Milan; KUNZOVÁ, Vlasta; SVOBODA, Emanuel. *Fyzika II pro studijní obory SOU*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n.p., 1986, ISBN 14-209-86.
- ▶ [2] AUTOR NEUVEDEN. *wikipedia.cz* [online]. [cit. 20.11.2012]. Dostupný na WWW:
http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Johannes_Diderik_van_der_Waals.jpg