

Mechanické vlnění

Ing. Stanislav Jakoubek



Přehled studijních materiálů

Číslo DUMu	Název DUMu
<u>1</u>	<u>Vznik a druhy vlnění</u>
<u>2</u>	<u>Rychlost vlnění, vlnová délka</u>
<u>3</u>	<u>Rovnice postupné vlny</u>
<u>4</u>	<u>Interference vlnění</u>
<u>5</u>	<u>Stojaté vlnění</u>
<u>6</u>	<u>Šíření vlnění v prostoru</u>
<u>7</u>	<u>Odras a ohyb vlnění v prostoru</u>

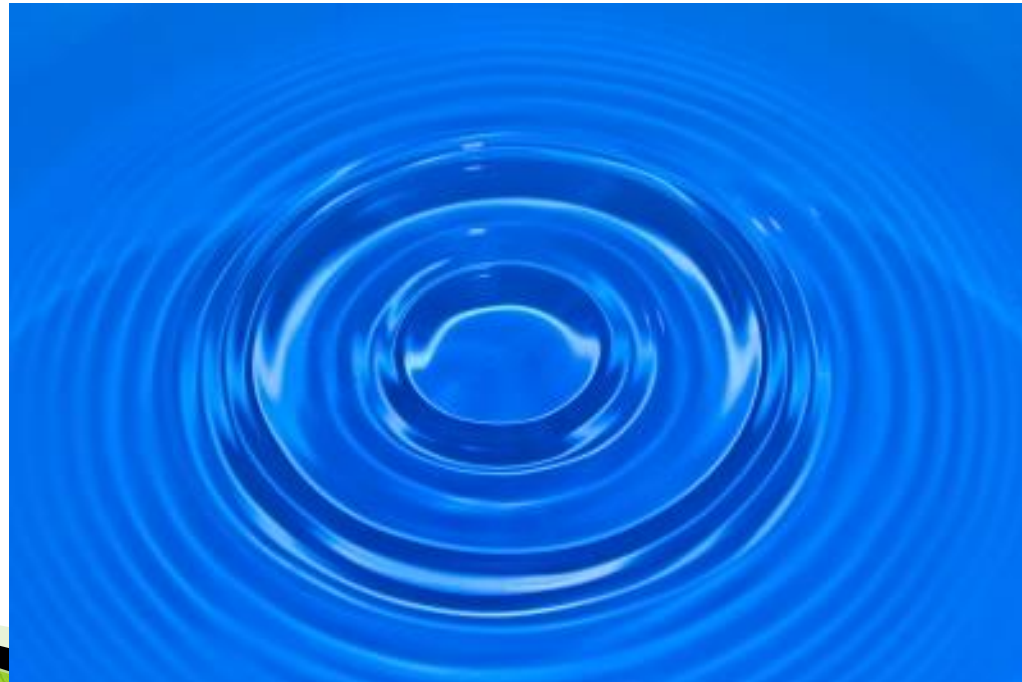
Vznik a druhy vlnění

Ing. Stanislav Jakoubek

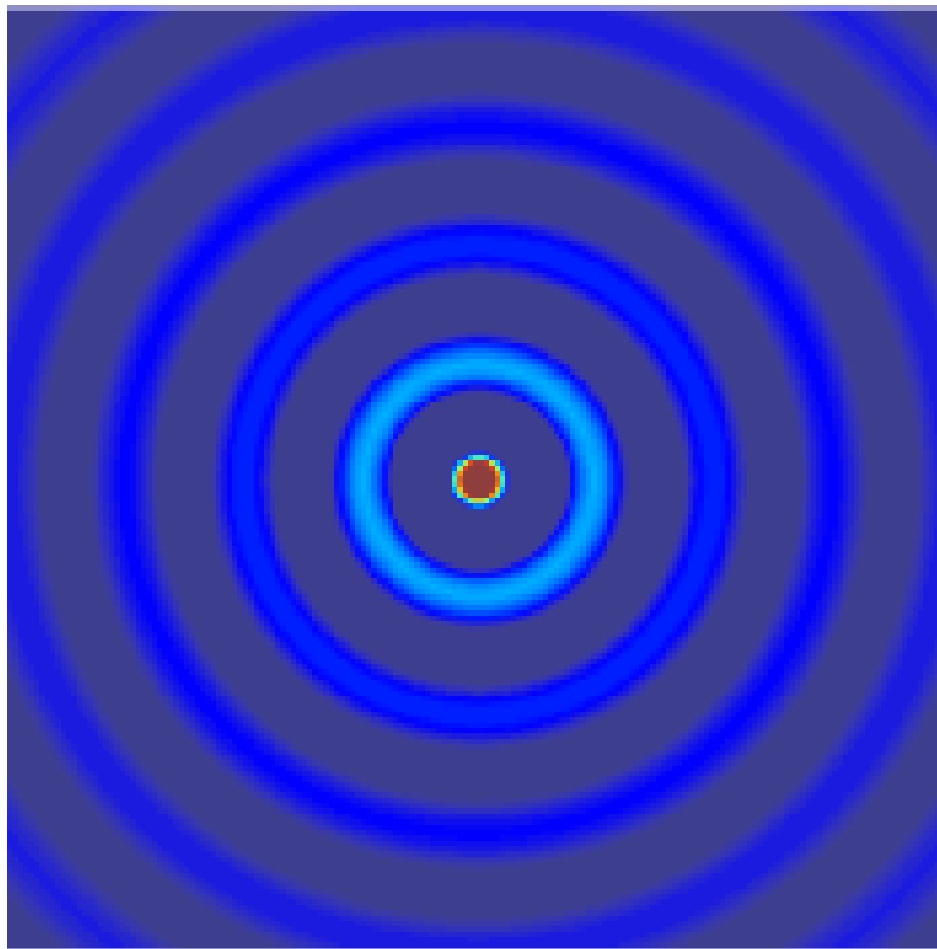


Příklad vlnění

- ▶ Vhodíme-li na klidnou hladinu rybníka kámen, hladina se jeho dopadem rozkmitá a z místa rozruchu se začnou šířit kruhové vlny



Animace tohoto vlnění



Definice a druhy vlnění

- ▶ Vlnění: šíření kmitavého rozruchu prostředím
- ▶ Zdroj vlnění: místo, z něhož se vlnění šíří
- ▶ Druhy vlnění: zvuk, světlo, rozhlasové a vysílání, gravitační vlny, ...

- ▶ Mechanické vlnění: jeho příčinou je mechanický kmitavý pohyb

Mechanické vlnění

- ▶ Může se šířit v každém pružném prostředí
- ▶ Šíří se v pevných látkách, kapalinách i v plynech
- ▶ Nutná podmínka: existence *vzájemných vazeb* mezi částicemi prostředí

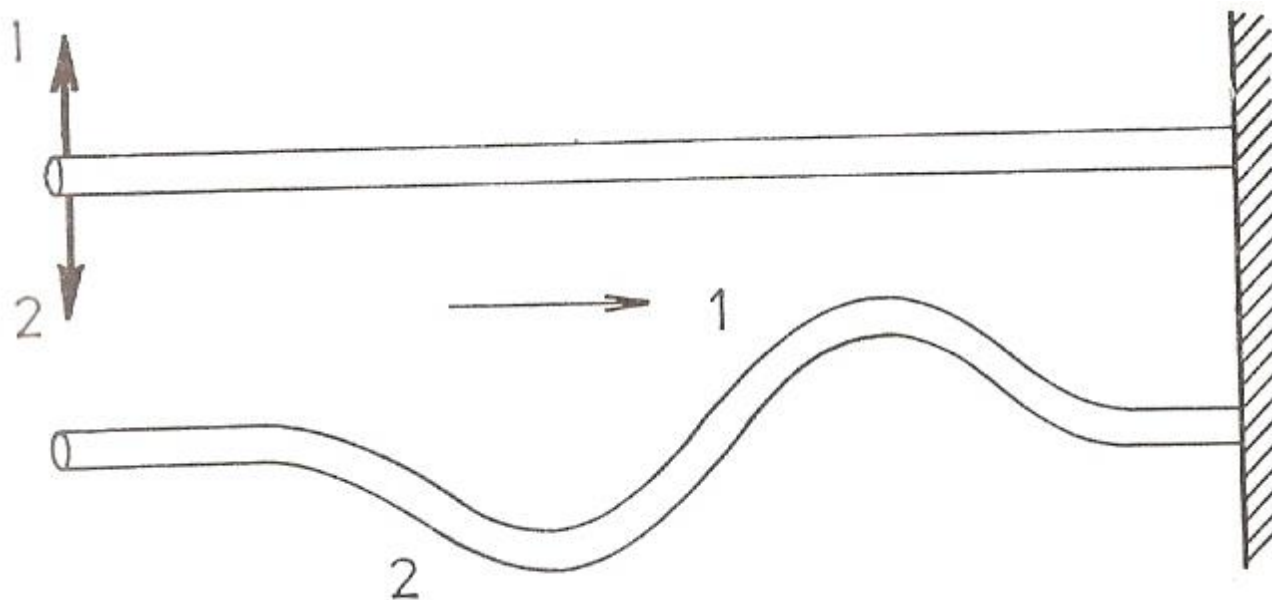
Postupné vlnění

- ▶ Částice se vychýlí z rovnovážné polohy
- ▶ Díky vazbám se vychýlí i sousední částice, od další atd.
- ▶ Rozkmitá-li se jedna částice, díky vazbám se rozkmitá sousední částice a od ní další atd., až se kmitání přenáší (postupuje) celým prostředím
- ▶ Prostředím se šíří *postupné vlnění*

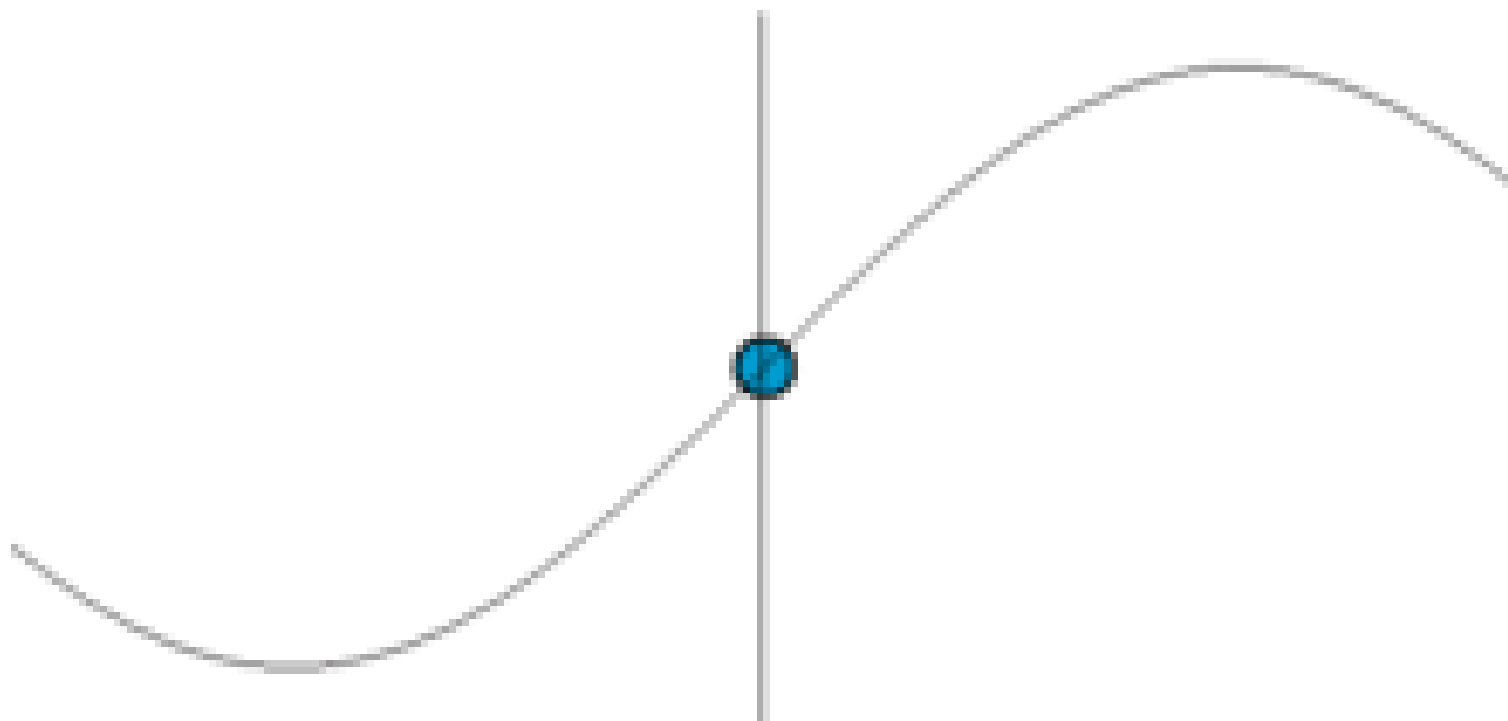
Postupné vlnění příčné

- ▶ Částice kmitají kolmo či napříč ke směru postupu vlnění
- ▶ Kmitavý rozruch se šíří z jednoho konce na druhý, přičemž jednotlivé částice kmitají podél rovnovážných poloh, ale ve směru šíření vlnění se nepřemísťují
- ▶ Šíří se prostředím, ve kterém vznikají pružné síly při změně tvaru těles

Příčné vlnění na hadici



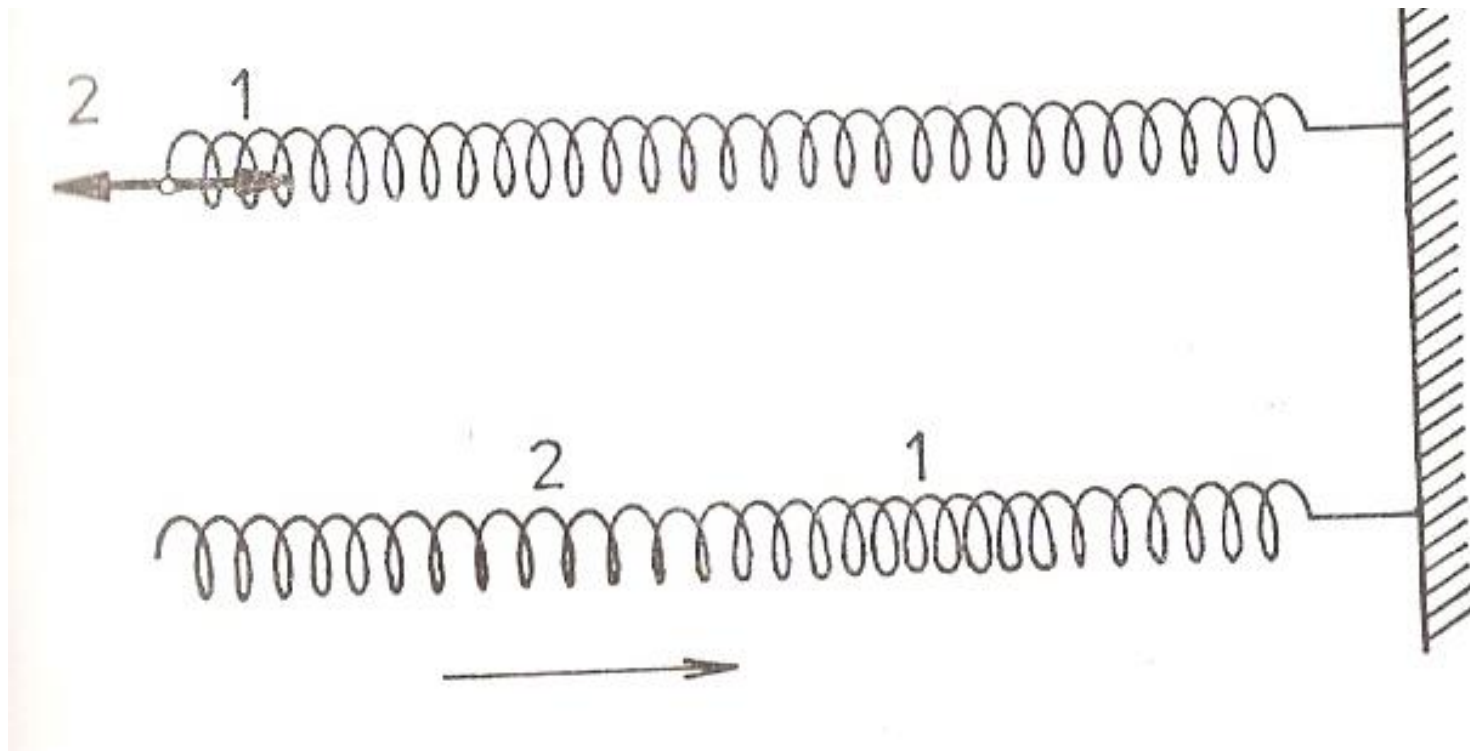
Příčné postupné vlnění – animace



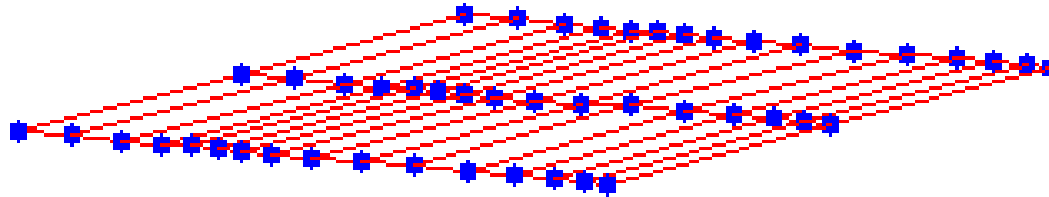
Postupné vlnění podélné

- ▶ Částice kmitají ve směru šíření (neboli podél ve směru šíření)
- ▶ V bodové řadě se vyskytují místa s větší hustotou bodů a s menší hustotou bodů
- ▶ Dochází tedy ke **zhuštění** a **zředění** částic
- ▶ Šíří se prostředním, ve kterém vznikají pružné síly při změně objemu těles
- ▶ Důležitý případ: šíření zvuku

Podélné vlnění na pružině



Podélné postupné vlnění – animace



Důležitý poznatek

- ▶ Částice při vlnění kmitají kolem svých rovnovážných poloh, avšak sami se ve směru vlnění nepřemísťují
- ▶ Ve směru šíření vlnění se přenáší jen kmitavý rozruch a s ním mechanická energie kmitavého pohybu
- ▶ Platí pro oba typy postupného vlnění

Důsledek poznatku

- Na vodě po vhození kamene vzniknou kruhové vlny. Tyto vlny způsobí rozkmitání předmětů na hladině (klacek, listí, ...), ale nikam ho nepřemístí ují

Literatura

- ▶ [1] EVIL_SALTINE. *wikipedia.cz* [online]. [cit. 25.4.2013]. Dostupný na WWW:
http://cs.wikipedia.org/wiki/Mechanick%C3%A9_vln%C4%Bn%C3%AD#Postupn.C3%A9_p.C5.99.C3.AD.C4.8Dn.C3%A9_vln.C4.9Bn.C3.AD
- ▶ [2] PAJS. *wikipedia.cz* [online]. [cit. 25.4.2013]. Dostupný na WWW:
http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Podelna_vlna.gif
- ▶ [3] TECHMANIA. *Postupné vlnění* [online]. [cit. 25.4.2013]. Dostupný na WWW:
http://www.techmania.cz/edutorium/art_exponaty.php?xkat=fyzika&xser=416b757374696b61h&key=646
- ▶ [4] ALEXANDROV, Oleg. *wikipedia.cz* [online]. [cit. 29.4.2013]. Dostupný na WWW:
http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/12/Spherical_wave2.gif?uselang=cs

Rychlost vlnění, vlnová délka

Ing. Stanislav Jakoubek

Definice rychlosti vlnění

- ▶ Kmitavý rozruch se šíří pružným prostředím určitou rychlostí; tu nazýváme rychlost vlnění
- ▶ Závisí na pružnosti a hustotě prostředí
- ▶ Čím pružnější, tím větší rychlost
- ▶ Čím menší hustota, tím větší rychlost
- ▶ Pro plyny: závisí na tlaku, hustotě a teplotě plynu

Rychlost vlnění v prostředích

Pro tenkou tyč:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

E ... modul pružnosti v tahu (známe z učiva o Hookově zákonu)

ρ ... hustota materiálu tyče

Pro plyny:

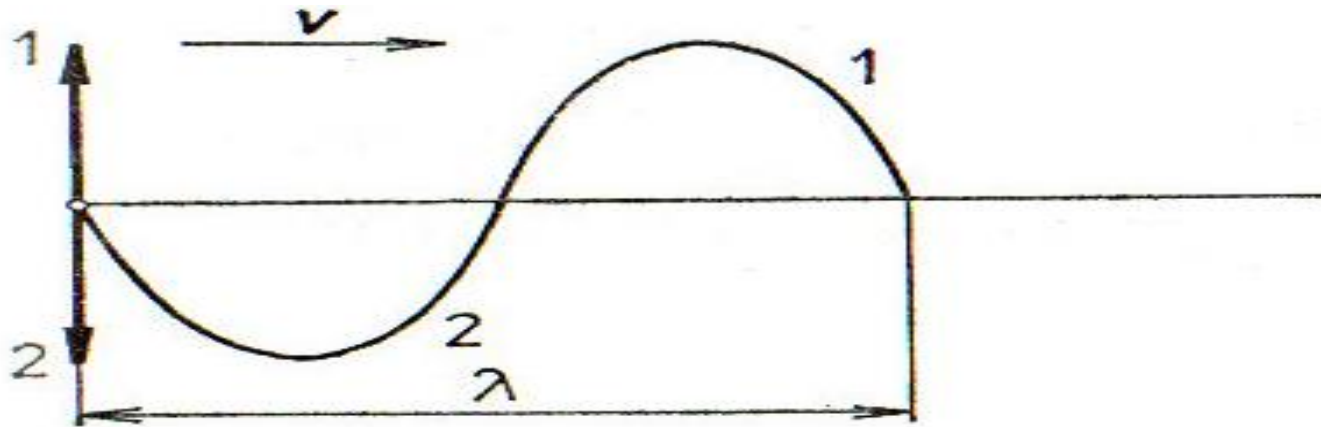
$$v = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}}$$

κ ... Poissonova konstanta (známe z učiva o adiabatickém ději)

p ... tlak plynu

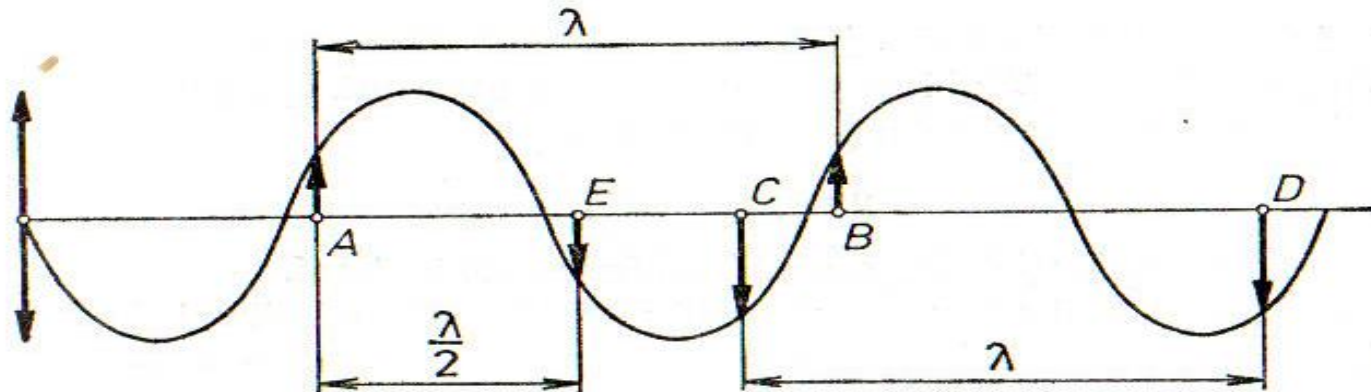
ρ ... hustota plynu

Vlnová délka



- Za dobu jedné periody T , za kterou vykoná počáteční bod řady právě jeden kmit, se vlnění dostane do určité vzdálenosti λ .
- λ ... vlnová délka

Vlnová délka (obecně)



- Vzdálenost kterýchkoliv dvou nejbližších bodů, které kmitají se stejnou fází.
- V obrázku: dvojice A–B, dvojice bodů C–D.
- Body ve vzdálenosti $\lambda/2$ kmitají s opačnou fází.
- V obrázku: dvojice bodů A–E

Vztah pro vlnovou délku

- ▶ Předpokládejme, že se vlnění šíří prostředím stálou rychlostí v , tedy rovnoměrně.
- ▶ Použijeme známý vzorec pro dráhu rovnoměrného pohybu $s = v \cdot t$
- ▶ Za s dosadíme vlnovou délku λ , za t periodu T

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

f ... frekvence vlnění;
frekvence kmitání
počátečního bodu řady i
všech ostatních bodů, k nimž
vlnění postupně dospěje.

Poznámka

- ▶ Vzorec platí pro postupné vlnění podélné i pro příčné
- ▶ U příčného: vlna obsahuje vrch a důl
- ▶ U podélného: vlna obsahuje zhuštění a zředění částic

Příklad

- Rychlost podélného vlnění v oceli je 5 km.s^{-1} . Jaká je vlnová délka vlnění při frekvenci zdroje 1 kHz ?

$$v = 5 \text{ km.s}^{-1} = 5000 \text{ m.s}^{-1}, f = 1 \text{ kHz} = 1000 \text{ Hz}; \lambda = ?$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{5000}{1000} \text{ m} = 5 \text{ m}$$

Příklad

- Na které hodnoty se změní vzhledem k výsledku předchozího příkladu vlnová délka při frekvenci 100 Hz a 100 kHz?

$$f_1 = 100\text{Hz}, f_2 = 100\text{kHz} = 100000\text{Hz}; v = 5\text{km.s}^{-1}; \lambda = ?$$

$$\lambda_1 = \frac{v}{f_1} = \frac{5000}{100} \text{m} = 50\text{m} \quad \lambda_2 = \frac{v}{f_2} = \frac{5000}{100000} \text{m} = 0,05\text{m} = 5\text{cm}$$

Příklad

- Určete rychlost vlnění ve vodě při vlnové délce 30 m, je-li vlnění buzeno kmitáním s periodou 0,02 s.

$$\lambda = 30m, T = 0,02s; v = ?$$

$$\lambda = vT \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T} = \frac{30}{0,02} m.s^{-1} = 1500 m.s^{-1}$$

Příklad

- S jakou frekvencí a periodou kmitá molekula vzduchu v místě, kterým prochází zvukové vlnění o vlnové délce 1,7m rychlostí 340 m.s⁻¹?

$$\lambda = 1,7m, v = 340m.s^{-1}; f = ?, T = ?$$

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{1,7}{340} s = 5.10^{-3} s = 5ms$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,005} Hz = 200Hz$$

Příklad

- Měděným potrubím o délce 360 m proběhla jedna vlna za dobu 0,1 s. Určete rychlost vlnění v mědi a vlnovou délku vlnění buzeného frekvencí 2 kHz.

$$l = 360m, t = 0,1s, f = 2kHz; v = ?, \lambda = ?$$

$$v = \frac{l}{t} = \frac{360}{0,1} m.s^{-1} = 3600 m.s^{-1}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3600}{2000} m = 1,8m$$

Literatura

- ▶ [1] BEDNAŘÍK, Milan; KUNZOVÁ, Vlasta; SVOBODA, Emanuel. *Fyzika II pro studijní obory SOU*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n.p., 1986, ISBN 14-209-86.

Rovnice postupné vlny

Ing. Stanislav Jakoubek

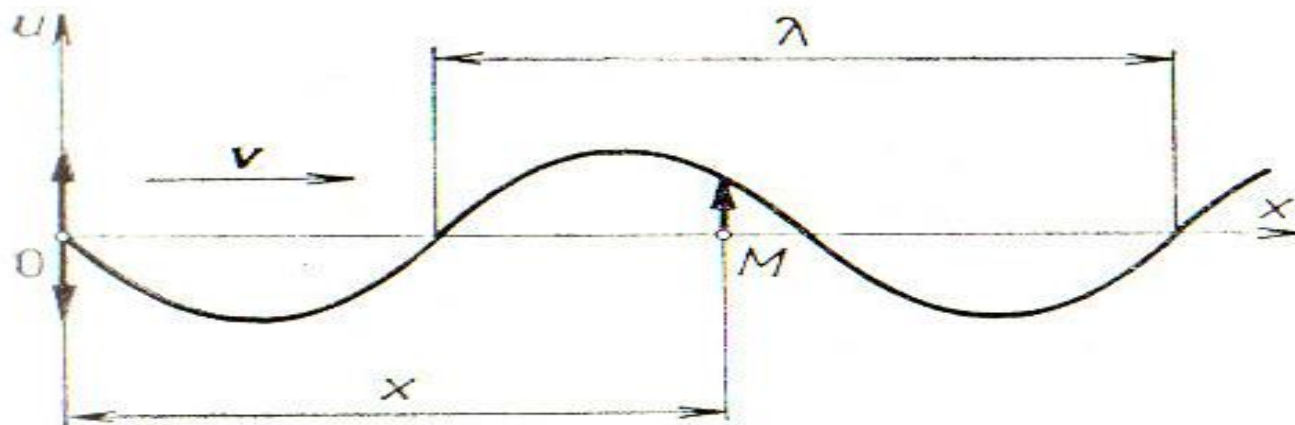


Úvodní předpoklad

- ▶ Počáteční bod uvedeme do kmitavého pohybu
- ▶ Je-li jeho kmitání harmonické, mění se jeho okamžitá výchylka podle rovnice pro harmonické kmitání

$$y = y_m \sin(\omega t)$$

Postupná vlna – úvaha



Otázka: za jak dlouho po začátku kmitání počátečního bodu se rozkmitá bod M, který je ve vzdálenosti x od něj, šíří-li se vlnění prostředím stálou rychlostí v ?

$$t' = \frac{x}{v}$$

Rovnice postupné vlny

- Protože se bod M rozkmitá později, je rovnice pro jeho okamžitou výchylku:

$$y = y_m \sin[\omega(t - t')]$$

Po dosazení za t' :

$$y = y_m \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]$$

Poznámka

- ▶ Okamžitá výchylka částice bodové řady je funkcí **dvou** proměnných: času a vzdálenosti od místa zdroje vlnění
- ▶ Postupné vlnění je periodický děj v prostoru a v čase

Úprava rovnice

Víme $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}, vT = \lambda \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T}$
:

$$y = y_m \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right] = y_m \sin \left[\frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{\frac{\lambda}{T}} \right) \right] = y_m \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{xT}{\lambda T} \right) \right] \Rightarrow$$

$$y = y_m \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

Poznámka

- Obě uvedené rovnice platí jak pro postupné vlnění příčné, tak pro postupné vlnění podélné

Příklad

- V bodové řadě postupuje příčné vlnění o amplitudě výchylky 4 cm rychlostí 24 m.s^{-1} . Určete okamžitou výchylku v čase 1 s a vzdálenosti a) 23 m, b) 25 m od zdroje vlnění, který kmitá s periodou 0,5 s.

$$y_m = 4\text{cm}, v = 24\text{m.s}^{-1}, t = 1\text{s}, x = 23\text{m}, x = 25\text{m}, T = 0,5\text{s}; y = ?$$

Řešení

$$y = y_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = y_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT} \right)$$

a) $y = 4 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{1}{0,5} - \frac{23}{24 \cdot 0,5} \right) \text{cm} = 2 \text{cm}$

- b) Za 1 sekundu vlnění dorazí do vzdálenosti 24 metrů od zdroje. Bod ve vzdálenosti 25 metrů od zdroje v tu dobu nekmitá ještě nijak, tedy má nulovou výchylku.

Příklad

- Ze zadané rovnice postupné vlny určete amplitudu výchylky, periodu kmitání a vlnovou délku.

$$y = 0,05 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{0,2} - \frac{x}{10} \right) m$$

Porovnáním s rovnicí
postupné vlny:

$$y_m = 0,05m = 5cm; T = 0,2s; \lambda = 10m$$

Příklad

- Napište rovnici vlny o amplitudě výchylky 2 mm, která postupuje ve směru osy x rychlostí 340 m.s^{-1} . Zdroj vlnění kmitá s frekvencí 5 Hz.

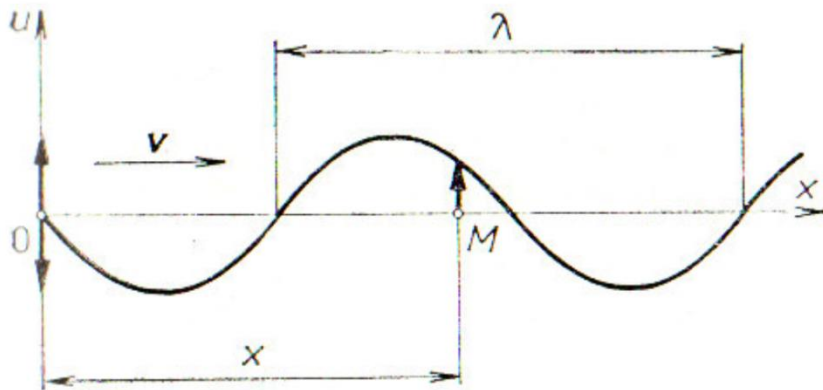
$$y_m = 2\text{mm} = 0,002\text{m}, v = 340\text{m.s}^{-1}, f = 5\text{Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5}\text{s} = 0,2\text{s}; \lambda = vT = 340 \cdot 0,2\text{m} = 68\text{m}$$

$$y = y_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = 2 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{0,2} - \frac{x}{68} \right) \text{mm}$$

Příklad

- ▶ Ve které nejmenší vzdálenosti od zdroje vlnění dosahuje okamžitá výchylka vlnění z minulého příkladu své největší hodnoty? Ze zdroje se začalo vlnění šířit v okamžiku $t = 0$ s.



Z obrázku je patrné, že největší výchylka je ve čtvrtině vlnové délky, tedy $x = 17$ m.

Předchozí příklad výpočtem (obecně)

$$y_m = y_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow 1 = \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Kdy je sinus roven 1? V 90° neboli v $\pi/2$.

$$\frac{\pi}{2} = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \Rightarrow \frac{t}{T} - \frac{1}{4} = \frac{x}{\lambda} \Rightarrow x = \lambda \frac{4t - T}{4T}$$

Po dosazení:

$$|x| = \left| 68 \frac{4.0 - 0,2}{4.0,2} \right| m = 17 m$$

Literatura

- ▶ [1] BEDNAŘÍK, Milan; KUNZOVÁ, Vlasta; SVOBODA, Emanuel. *Fyzika II pro studijní obory SOU*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n.p., 1986, ISBN 14-209-86.

Interference vlnění

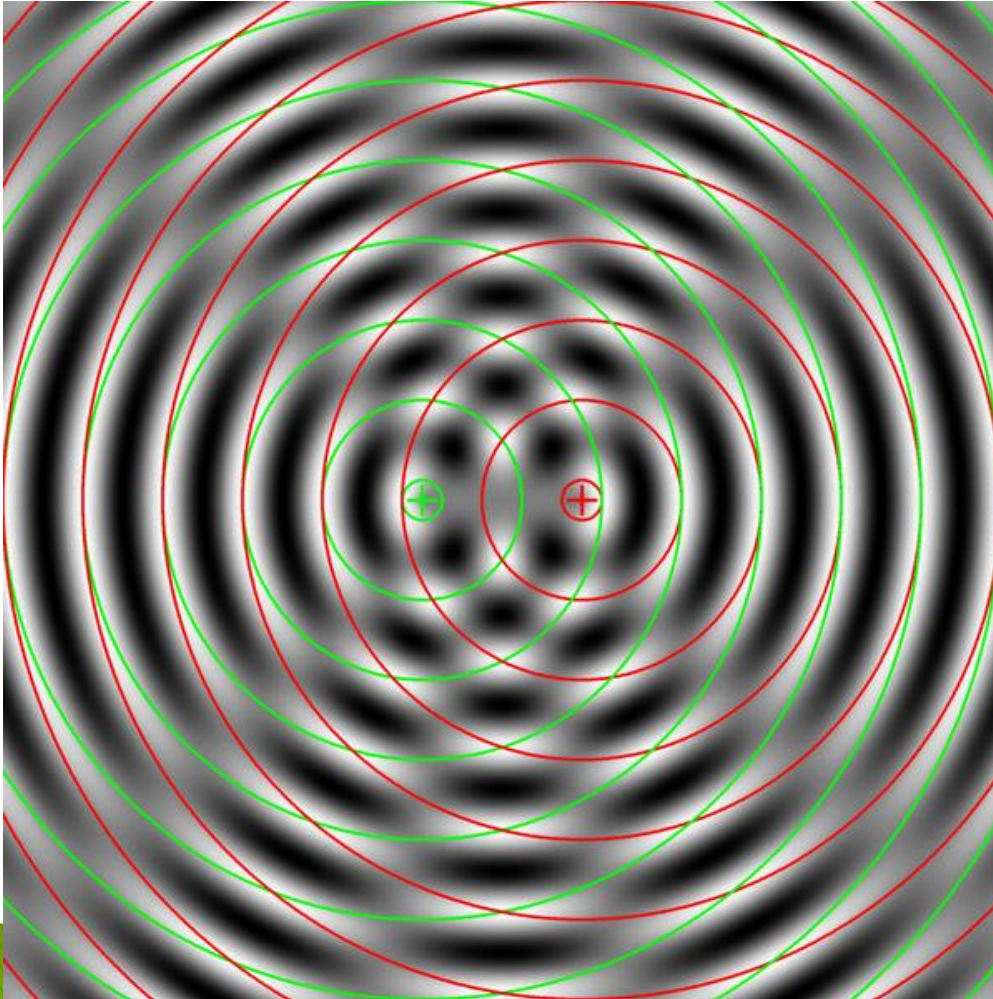
Ing. Stanislav Jakoubek



Co to je interference vlnění?

- ▶ Pokud se prostředím šíří dvě nebo více postupných vlnění
- ▶ Dochází k jejich skládání
- ▶ Tomuto ději říkáme *interference vlnění*

Příklad: interference na vodní hladině



- Ze dvou zdrojů dopadá voda na hladinu
- Vznikají dvě soustavy soustředných kruhových vln
- Navzájem se protínají

Princip superpozice pro interferenci

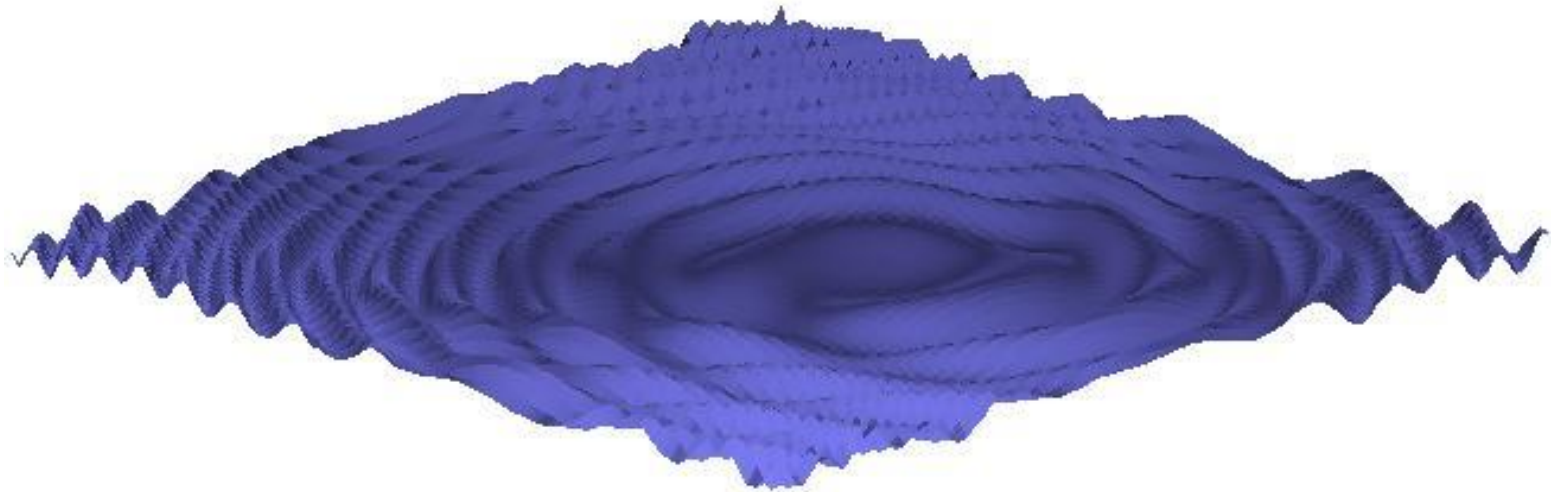
- ▶ Kmitání jednotlivých míst pružného prostředí se řídí principem superpozice (stejně, jako jiné druhy složených pohybů)
- ▶ Okamžitá výchylka výsledného kmitání určitého bodu prostředí se rovná vektorovému součtu okamžitých výchylek kmitání způsobených šířením jednotlivých vlnění

Možné případy

- ▶ Interferencí se mohou vlnění:
 1. Zesilovat
 2. Zeslabovat
 3. Zcela vyrušit
- ▶ Vznikají:
 1. Interferenční maxima – největší zesílení
 2. Interferenční minima – největší utlumení

Rozložení interferenčních maxim a minim

- Jejich rozmístění v pružném prostředí závisí na vlastnostech skládaných vlnění a na vzdálenostech zdrojů vlnění

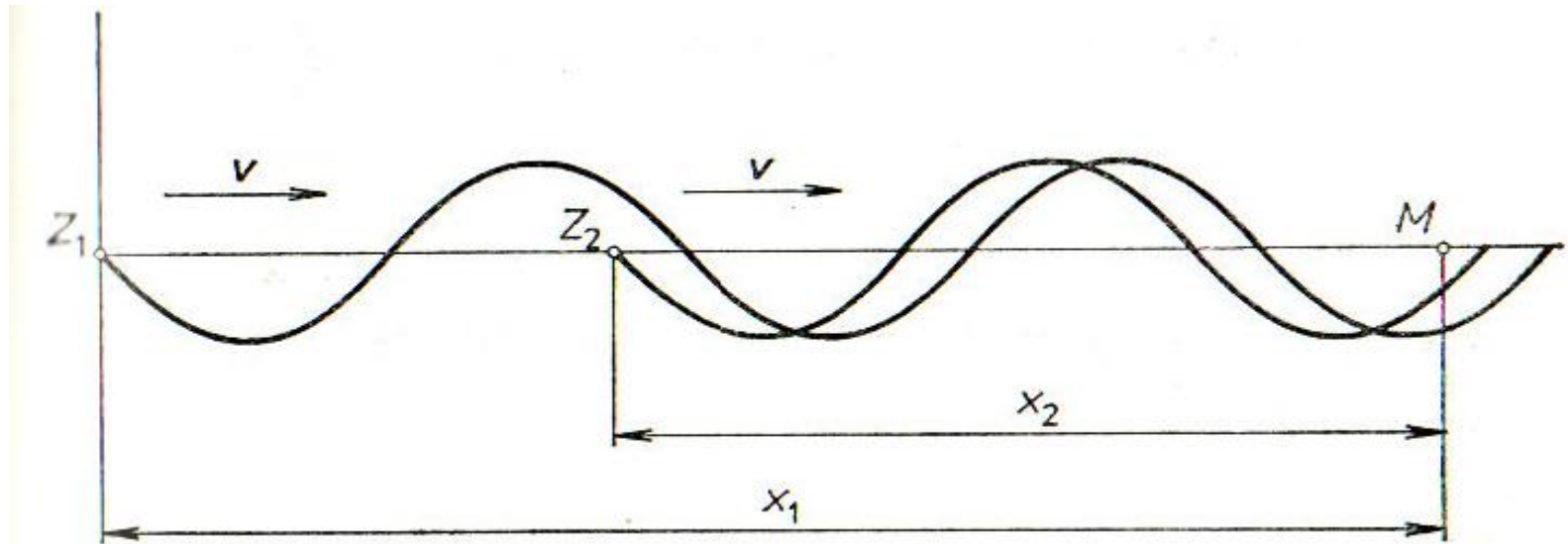


Koherentní vlnění

- ▶ Vlnění, které mají stejnou frekvenci a konstantní fázový rozdíl kmitání jejich zdrojů
- ▶ Při skládání koherentních vlnění vzniká stálé rozmístění interferenčních maxim a minim
- ▶ Při skládání nekoherentních vlnění interferenční jevy nepozorujeme

Nejjednodušší případ interference

- Dvě postupná příčná vlnění o stejné amplitudě výchylky y_m a stejné frekvenci ω (a tedy i f), která se šíří stejnou rychlostí v v téže bodové řadě týmž směrem



Rozbor situace

- Do bodu M dospějí vlnění ze zdrojů Z_1 a Z_2

$$y_1 = y_m \sin \omega \left(t - \frac{x_1}{v} \right), y_2 = y_m \sin \omega \left(t - \frac{x_2}{v} \right)$$

$$y = y_1 + y_2 \quad \text{Díky principu
superpozice.}$$

Víme: bod při vlnění kmitá **harmonicky** $\Rightarrow$

$$y_1 = y_m \sin(\omega t + \varphi_1), y_2 = y_m \sin(\omega t + \varphi_2)$$

Počáteční fáze kmitání bodu M

Pro první vlnění:

$$y_m \sin \omega \left(t - \frac{x_1}{v} \right) = y_m \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$\omega t - \frac{\omega x_1}{v} = \omega t + \varphi_1 \Rightarrow \varphi_1 = -\frac{\omega x_1}{v}$$

Analogicky pro druhé vlnění: $\varphi_2 = -\frac{\omega x_2}{v}$

Fázový rozdíl obou kmitání

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\omega}{v}(x_1 - x_2) = \frac{2\pi f}{v}(x_1 - x_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2)$$

Označení:

$$x_1 - x_2 = \Delta x \quad \text{dráhový rozdíl}$$

Dráhový rozdíl = vzdálenosti zdrojů od sebe.

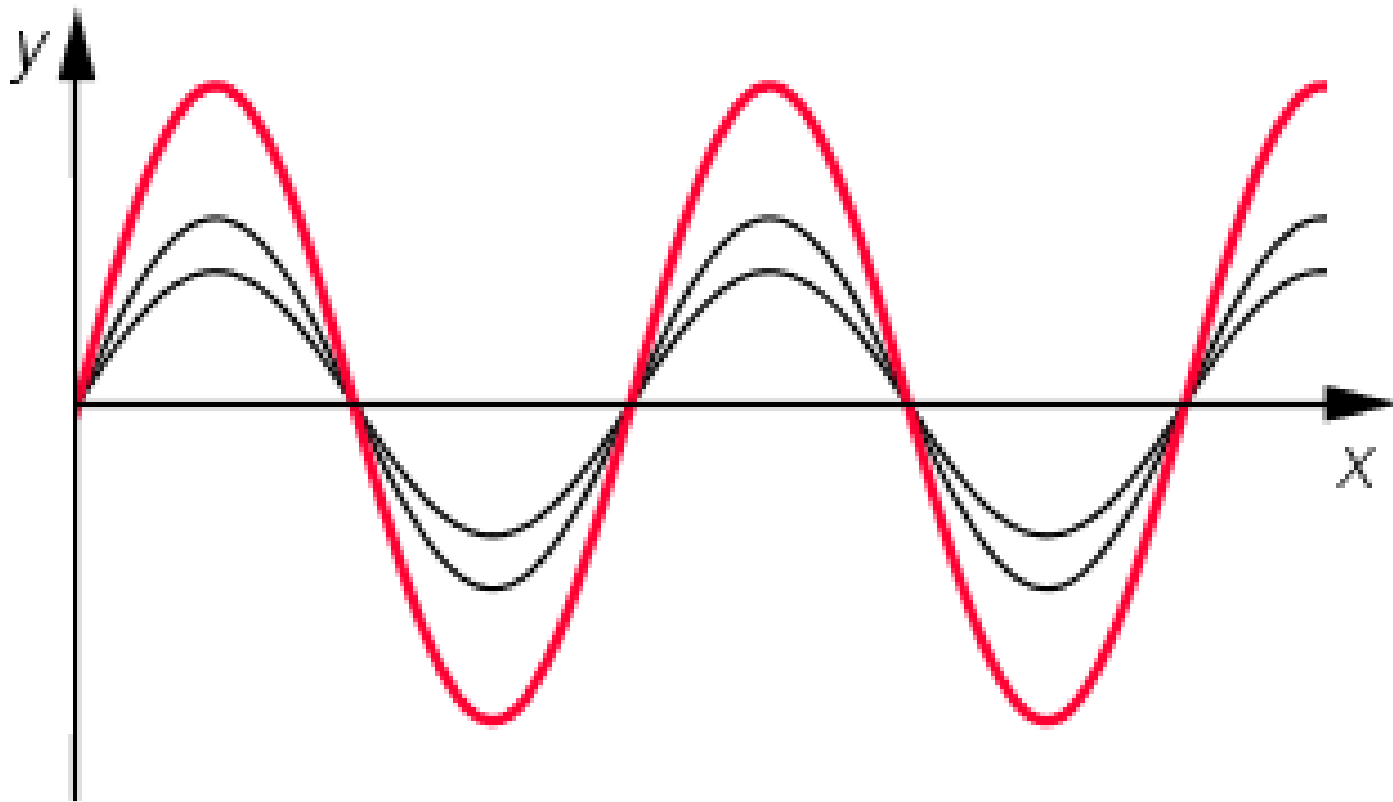
Maximální zesílení

- Dráhový rozdíl (tedy vzdálenost zdrojů od sebe) se rovná **sudému** násobku půlvln.

$$\Delta x = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots, 2k \frac{\lambda}{2}$$

Výsledná amplituda složeného vlnění je maximální a rovná se hodnotě $y_{m1} + y_{m2}$. V případě rovnosti y_{m1} a y_{m2} (to je náš případ) se rovná $2y_m$.

Maximální zesílení – obrázek



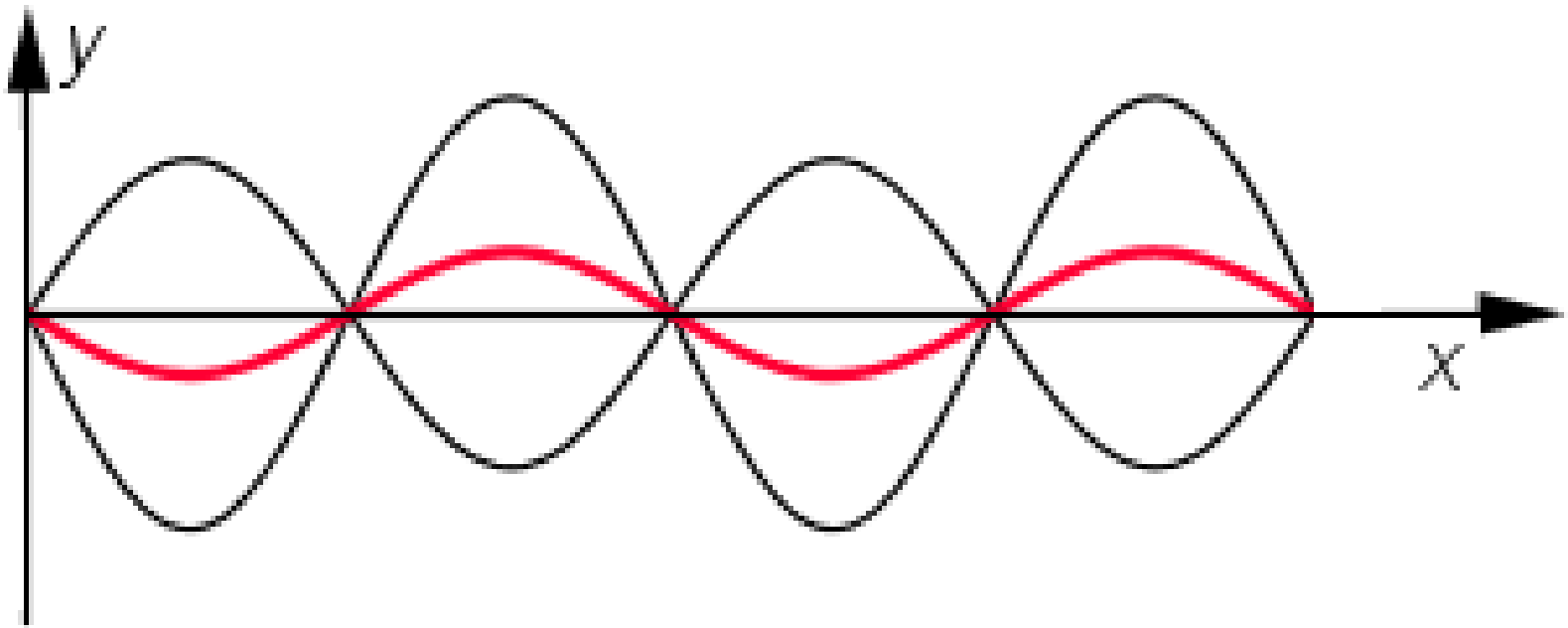
Maximální zeslabení

- ▶ Dráhový rozdíl (tedy vzdálenost zdrojů od sebe) se rovná **lichému** násobku půlvln.

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots, (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

Výsledná amplituda složeného vlnění je minimální a rovná se $|y_{m1} - y_{m2}|$. V případě rovnosti y_{m1} a y_{m2} (to je náš případ), se vlnění navzájem vyruší.

Maximální zeslabení – obrázek



Příklad

- ▶ Vlnová délka dvou koherentních vlnění je 10 cm. Určete výslednou amplitudu výchylky složeného vlnění, je-li dráhový rozdíl daných vlnění: 0 cm, 5 cm, 10 cm, 15 cm a 20 cm.

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = 10\text{cm}, \Delta x = 0\text{cm}, 5\text{cm}, 10\text{cm}, 15\text{cm}, 20\text{cm}; y = ?$$

Pro 0 cm, 10 cm, 20 cm ... sudý násobek půlvln: $y = y_{m1} + y_{m2}$.

Pro 5 cm, 15 cm ... lichý násobek půlvln: $y = 0$.

Příklad

- ▶ Dráhový rozdíl dvou vlnění o vlnové délce 50 cm je 25 cm. Určete jejich fázový rozdíl.

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = 50\text{cm}, \Delta x = 25\text{cm}; \Delta\varphi = ?$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x = \frac{2\pi}{50} \cdot 25 = \pi$$

Zdroje vlnění kmitají s opačnou fází.

Literatura

- ▶ [1] SCHORSCH. *wikipedia.cz* [online]. [cit. 3.5.2013]. Dostupný na WWW:
<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Interferenz.jpg>
- ▶ [2] BEDNAŘÍK, Milan; KUNZOVÁ, Vlasta; SVOBODA, Emanuel. *Fyzika II pro studijní obory SOU*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n.p., 1986, ISBN 14-209-86.
- ▶ [3] PAJS. *wikipedia.cz* [online]. [cit. 3.5.2013]. Dostupný na WWW:
http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Interference_vlneni2.png?uselang=cs

Stojaté vlnění

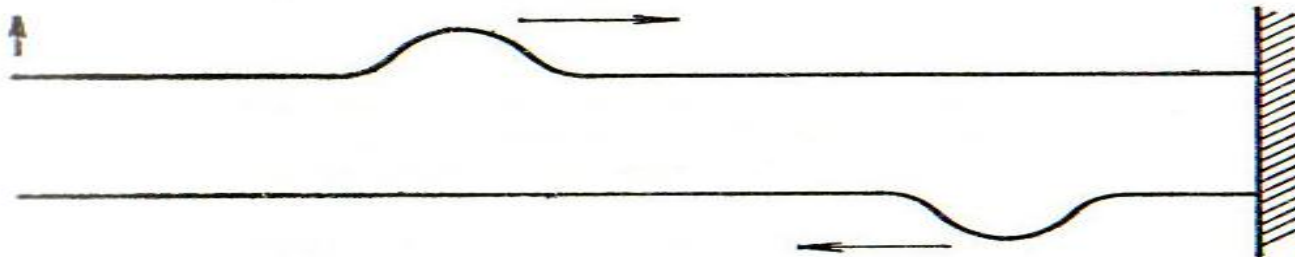
Ing. Stanislav Jakoubek



Co to je?

- ▶ Je zvláštním případem interference dvou vlnění
- ▶ Vzniká při skládání dvou postupných vlnění se stejnou amplitudou výchylky a se stejnou frekvencí **postupujících proti sobě**
- ▶ Lze ho realizovat odrazem vlnění
- ▶ Dva případy: *odraz na pevném konci* a *odraz na volném konci*

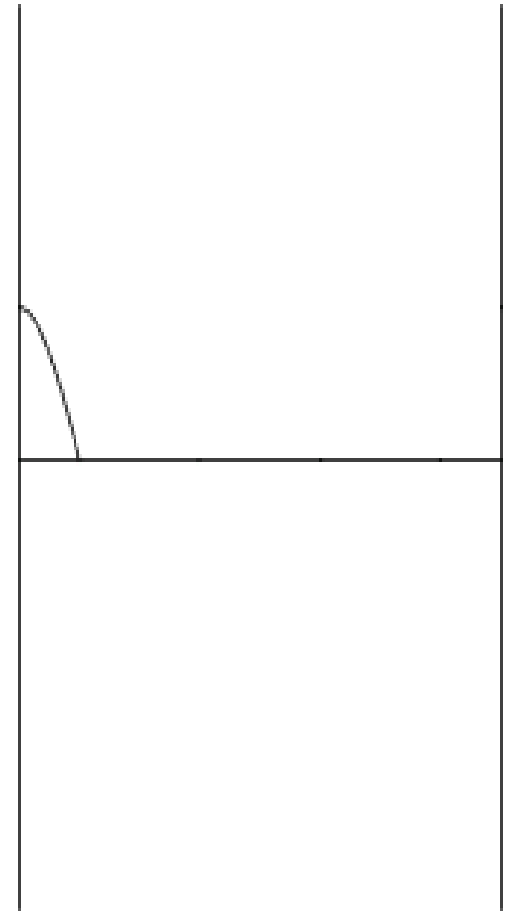
Odraz vlnění na pevném konci



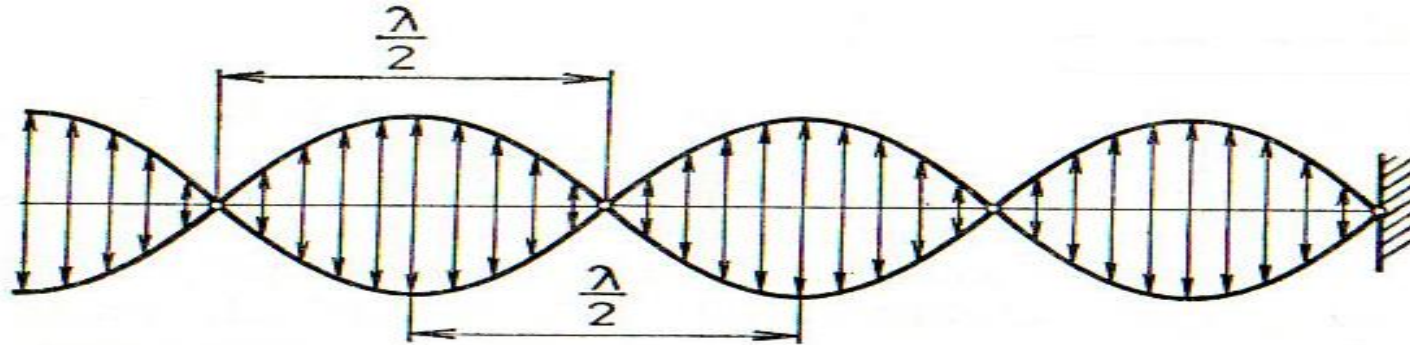
- Vychýlíme konec hadice a prudce ho vrátíme zpět
- Hadicí postupuje vrch vlny; na konci se odrazí a jako důl postupuje zpět
- Fázový rozdíl původního a odraženého vlnění je π
 $\Rightarrow$ vlna se na pevném konci odráží s opačnou fází

Vznik příčného stojatého vlnění

- ▶ Zdroj stále kmitá $\Rightarrow$ hadicí postupují dvě příčná vlnění – původní a odražené
- ▶ Splňují podmínku z definice stojatého vlnění (stejná amplituda a frekvence, opačný směr) $\Rightarrow$ jejich složením vzniká **stojaté vlnění**



Příčné stojaté vlnění



- Jednotlivé body kmitají s různou amplitudou výchylky, která je pro každý bod konstantní
- Některé body mají výchylku stále nulovou – **uzly**
- Body s největšími výchylkami – **kmitny**
- Na pevném konci je uzel, na volném kmitna

Amplituda výchylky pro zvolený bod

- Závisí na vzdálenosti od zdroje vlnění x a na vlnové délce λ

$$y_m = y_{m_{\max}} \cdot \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}$$

Příklad

Rozhodněte, jaké významné body stojatého vlnění se nacházejí ve vzdálenosti a) $x=\lambda/2$, b) $x=\lambda/4$ od zdroje.

$$x = \frac{\lambda}{2} : y_m = y_{m_{\max}} \cdot \cos 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2}}{\lambda} = y_{m_{\max}} \cdot \cos 2\pi \frac{\lambda}{2\lambda} = y_{m_{\max}} \cdot \cos \pi = y_{m_{\max}}$$

Kmitna. Totéž pro vzdálenosti: λ , $3/2 \lambda$.

$$x = \frac{\lambda}{4} : y_m = y_{m_{\max}} \cdot \cos 2\pi \frac{\frac{\lambda}{4}}{\lambda} = y_{m_{\max}} \cdot \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

Uzel. Totéž pro vzdálenosti: $3/4 \lambda$, $5/4 \lambda$.

Odraz vlnění na volném konci



- Vlnění se odráží se stejnou fází
- Na obou koncích vzniká kmitna, uprostřed je uzel

Porovnání postupného a stojatého vlnění

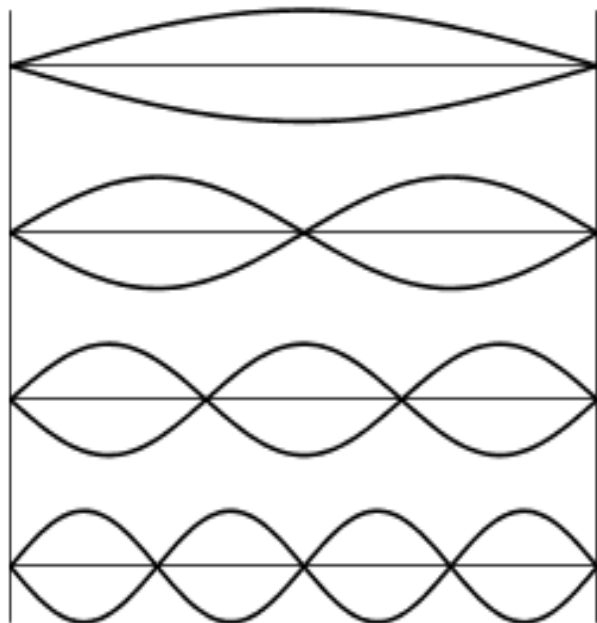
- ▶ U postupného vlnění každý bod kmitá se stejnou amplitudou výchylky, u stojatého má každý svoji
- ▶ U postupného vlnění není žádný bod trvale v klidu, u stojatého takové body existují (uzly)

Druhy stojatých vlnění

- ▶ Příčné stojaté vlnění – u hadice (náš příklad), u napjaté struny, u napjatého vlákna, ...; v těchto případech mluvíme o **chvění** (např. chvění struny)
- ▶ Podélné stojaté vlnění – rozechvíváním vzduchových sloupců; mluvíme o **chvění vzduchových sloupců**

Frekvence chvění struny

- Na koncích struny jsou uzly a mezi nimi jedna nebo více kmiten



k – počet kmiten na struně

$l = k \frac{\lambda}{2}$ l – délka struny

$$l = k \frac{v}{2f} = k \frac{v}{2f} \Rightarrow f = k \frac{v}{2l}$$

Rozbor frekvence chvění struny

- Frekvence chvění struny (a tím pádem frekvence znějícího tónu) je určen počtem půlvln stojatého vlnění na struně

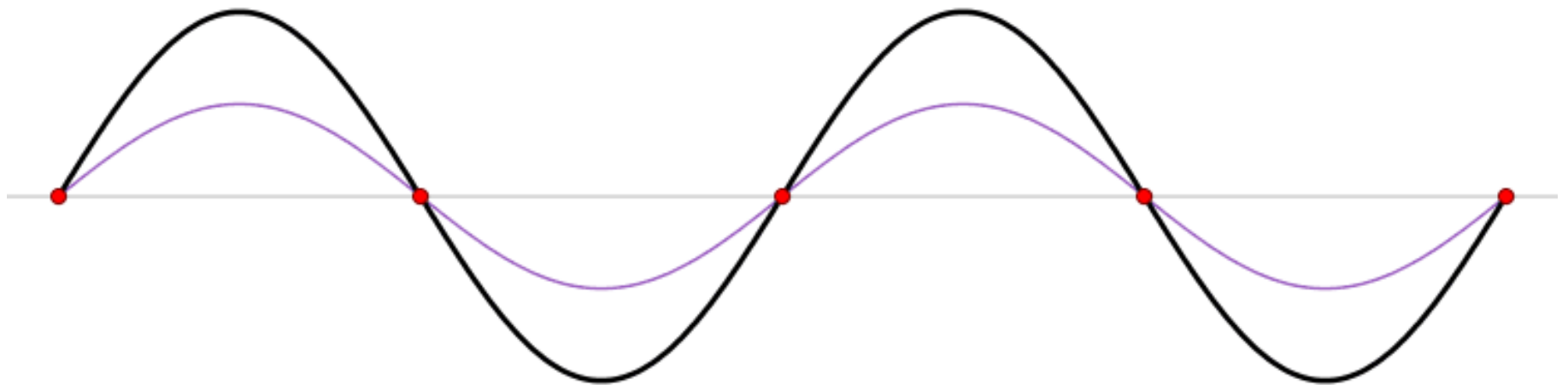
$$k = 1: f_z = \frac{v}{2l}$$

Základní frekvence struny.
Rozhoduje o tom, jaký tón struna vydává.

$$k > 1: f = kf_z$$

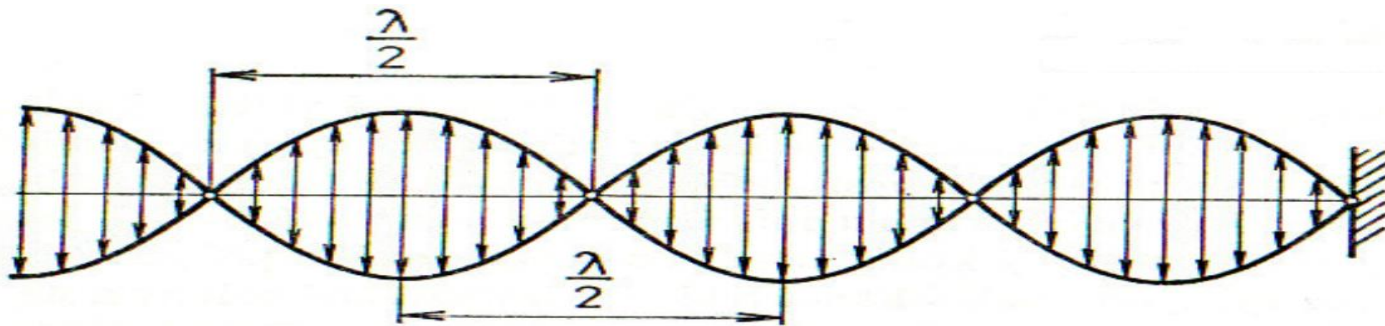
Vyšší harmonické frekvence.
Rozhoduje o barvě tónu.
(Podrobněji probereme v akustice).

Chvění na struně – animace



Příklad

- Příčné stojaté vlnění má vlnovou délku 1 m. Ve které vzdálenosti od volného konce hadice, který rozkmitáme, vznikne a) nejbližší uzel, b) nejbližší kmitna?



$$\text{Uzel: } \frac{\lambda}{4} = \frac{1}{4} m = 0,25m$$

$$\text{Kmitna: } \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2} m = 0,5m$$

Příklad

- ▶ Ve kterém místě je třeba stisknout strunu na houslích, aby vznikl tón dvojnásobné frekvence (tedy tón o oktávu vyšší), než je frekvence tónu základního?

$$f_z = \frac{v}{2l} \Rightarrow 2f_z = \frac{v}{2\frac{l}{2}} \Rightarrow \text{v polovině délky.}$$

Příklad

- ▶ Struna délky 50 cm kmitá se základní frekvencí 400 Hz. Určete a) vlnovou délku vlnění na struně, b) rychlost vlnění, c) dvě další vyšší harmonické frekvence

$$l = 50\text{cm} = 0,5\text{m}, f_z = 400\text{Hz}; \lambda = ?, v = ?, f_2, f_3 = ?$$

$$l = k \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2l}{k} = \frac{2 \cdot 0,5}{1} \text{m} = 1\text{m}$$

$$f_z = \frac{v}{2l} \Rightarrow v = 2lf_z = 2 \cdot 0,5 \cdot 400 \text{m.s}^{-1} = 400 \text{m.s}^{-1}$$

$$f_k = kf_z \Rightarrow f_2 = 2f_z = 2 \cdot 400\text{Hz} = 800\text{Hz}; f_3 = 3 \cdot 400\text{Hz} = 1200\text{Hz}$$

Literatura

- ▶ [1] BEDNAŘÍK, Milan; KUNZOVÁ, Vlasta; SVOBODA, Emanuel. *Fyzika II pro studijní obory SOU*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n.p., 1986, ISBN 14-209-86.
- ▶ [2] TECHMANIA. *Stojaté vlnění* [online]. [cit. 14.5.2013]. Dostupný na WWW:
http://www.techmania.cz/edutorium/art_exponaty.php?xkat=fyzika&xser=416b757374696b61h&key=648
- ▶ [3] BARTÁK, František a kol. *Sbírka úloh z fyziky pro studijní obory SOU a SOŠ*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství Praha, n.p., 1988, ISBN 14-423-88.
- ▶ [4] LUCAS. *wikimedia.org* [online]. [cit. 15.5.2013]. Dostupný na WWW:
http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standing_wave_2.gif

Šíření vln v prostoru

Ing. Stanislav Jakoubek



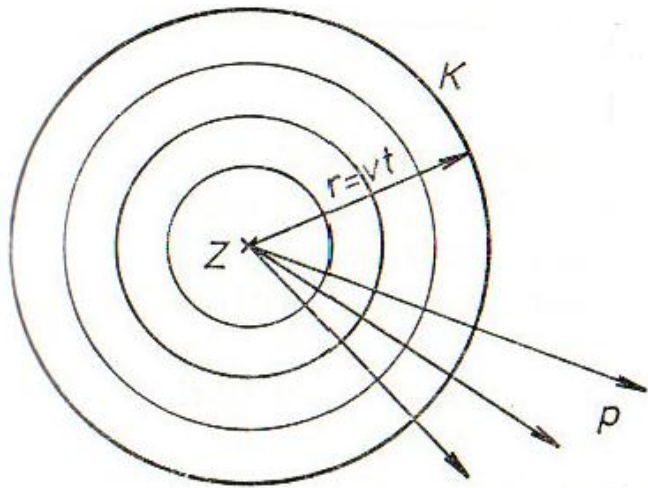
Rozšíření

- ▶ Umíme popsat vlnění, které se šíří bodovou řadou v jednom směru
- ▶ Rozšíříme poznatky na vlnění, které se šíří ze zdroje do celého prostoru ve všech směrech
- ▶ Postupné příčné vlnění – na vodní hladině všemi směry
- ▶ Postupné podélné vlnění – zvuk ve vzduchu všemi směry

Izotropní prostředí

- ▶ Rychlost vlnění v prostředí závisí na vlastnostech prostředí (pružnost, hustota, tlak,...)
- ▶ Jsou-li fyzikální vlastnosti prostředí *ve všech směrech stejné*, jde o **izotropní prostředí**
- ▶ V izotropním prostředí je rychlost šíření vlnění ve všech směrech stejná.

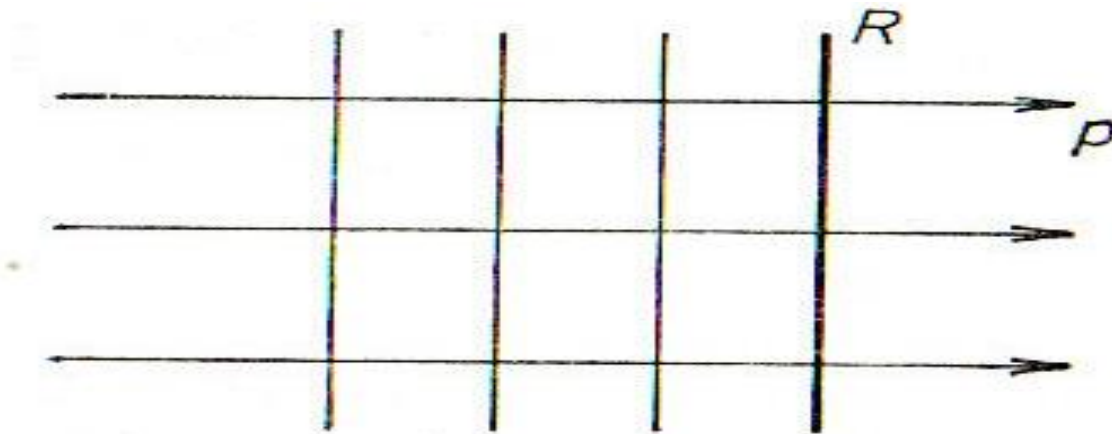
Kulová vlnoplocha



- Vlnění se šíří ze zdroje rychlostí v .
- Za čas t dosáhne vzdálenosti:
 $r=vt$
- Všechny body, do nichž za čas t dospěje vlnění leží na kulové ploše K ; tu nazýváme **vlnoplocha**
- Všechny body na téže vlnoploše kmitají se stejnou fází
- Směr šíření vlnoplochy určuje přímka p – **paprsek**; vychází ze zdroje a je kolmý k vlnoploše

Rovinná vlnoplocha

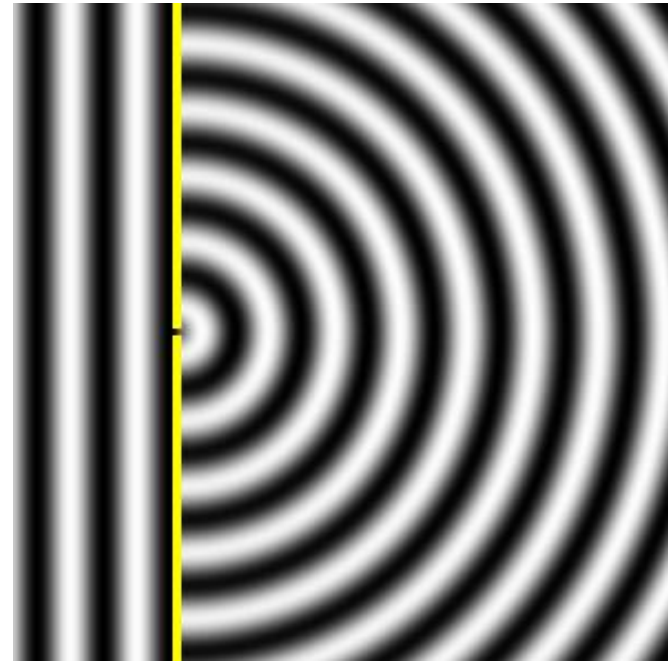
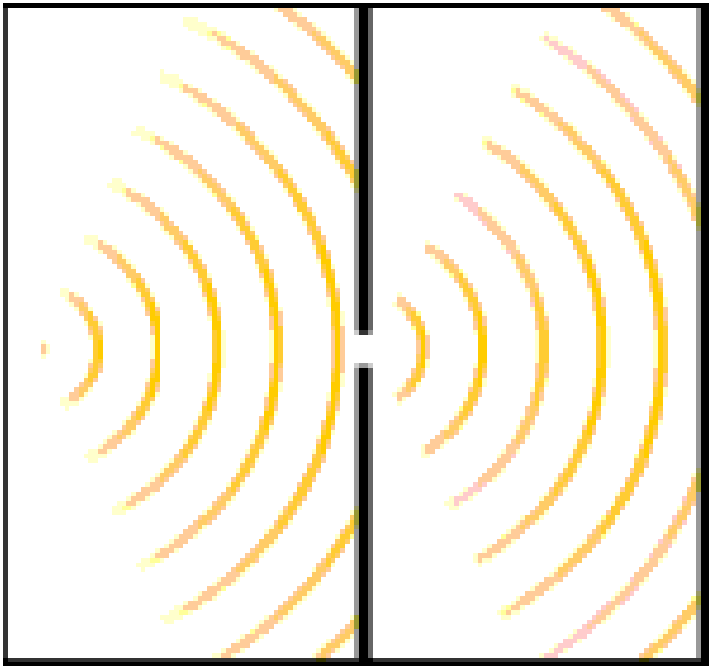
- ▶ V blízkosti zdroje uvažujeme kulové vlnoplochy
- ▶ Čím dále jsme od zdroje, tím je zakřivení vlnoplochy menší – tedy tím víc se v malém úseku podobá rovině $\Rightarrow$ **rovinná vlnoplocha R**



Úvaha

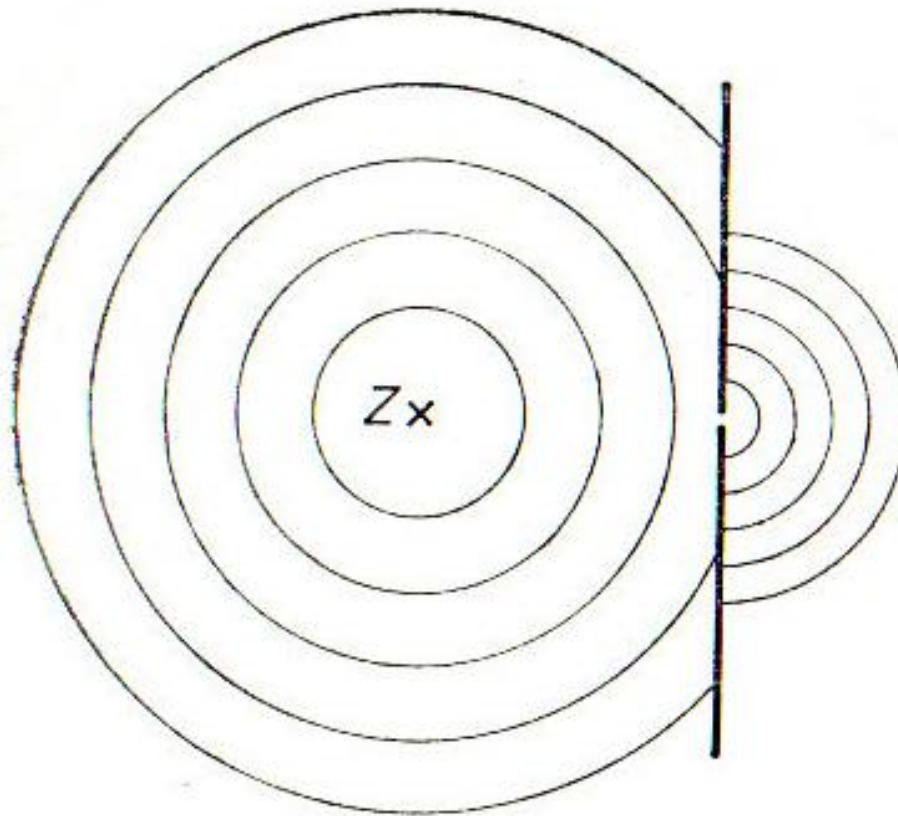
- ▶ Při šíření vlny prostorem se postupně body prostředí rozkmitávají
- ▶ Od každého již kmitajícího bodu se díky vazbám mezi částicemi prostředí šíří vlnění dál
- ▶ Každý kmitající bod vlnění tedy můžeme považovat za další zdroj vlnění
- ▶ Lze dokázat pokusem (na dalším snímku 😊)

Šíření vlnění za překážkou s malým otvorem – animace



Jakmile dojde vlnění k otvoru, vytvoří se za ním nové vlny tak, jako kdyby otvor byl sám zdrojem vlnění.

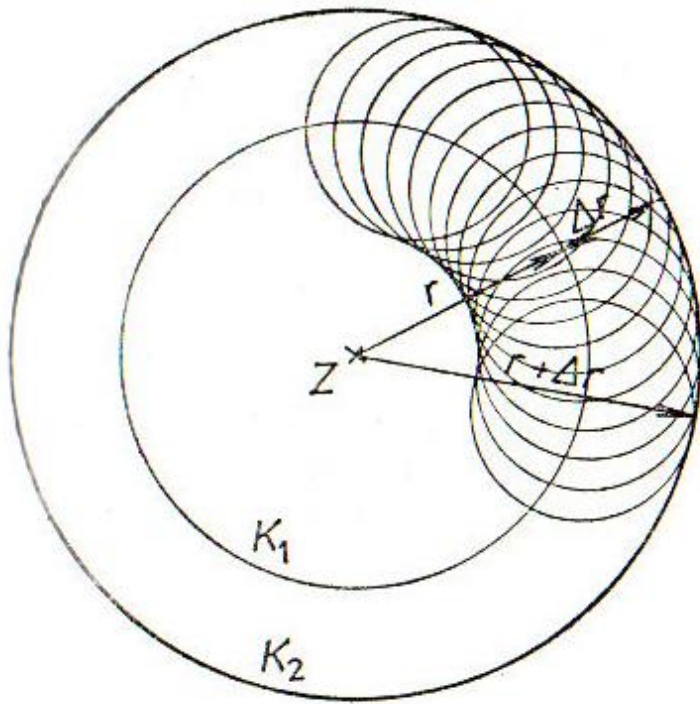
Šíření vlnění za překážkou s malým otvorem – schématický náčrt



Huygensův princip

- Každý bod vlnoplochy, do něhož dospěje vlnění v určitém okamžiku, se stává zdrojem nového (tzv. elementárního) vlnění, které se šíří z tohoto zdroje v elementárních vlnoplochách. Vnější obalová plocha všech elementárních vlnoploch pak tvoří výslednou vlnoplochu v dalším časovém okamžiku.

Výklad Huygensova principu



- Každý bod vlnoplochy K_1 je zdrojem elementárního vlnění
- Za čas Δt vytvoří elementární vlnoplochu o poloměru $\Delta r = v \cdot \Delta t$
- Všechna vlnění z vlnoplochy K_1 jsou koherentní $\Rightarrow$ interferují
- Interferencí se vyruší elementární vlnění ve všech bodech s výjimkou bodů na vnější obalové ploše
- Vnější obalová plocha vytvoří vlnoplochu K_2 .

Výhoda Huygensova principu

- ▶ Umožňuje zkonstruovat vlnoplochy v každém dalším okamžiku šíření vlnění, známe-li polohu některé vlnoplochy v okamžiku předcházejícím
- ▶ Ke konstrukci vlnoploch (a tedy ke konstrukci šíření vlnění) nepotřebuju znát polohu skutečného zdroje vlnění

Christian Huygens (1629–1695)



- Významný holandský fyzik, astronom a matematik
- Současník Isaaca Newtona

Příklad

- Zvukové vlny se šíří ve vzduchu rychlostí 340 m.s^{-1} . Určete poloměry kulových vlnoploch, k nimž dospěje vlnění za doby: $0,01 \text{ s}$, $0,1 \text{ s}$, 1 s , 10 s .

$$v = 340 \text{ m.s}^{-1}, t_{1,2,3,4} = 0,01 \text{ s}, 0,1 \text{ s}, 1 \text{ s}, 10 \text{ s}; r = ?$$

$$r_1 = vt_1 = 340 \cdot 0,01 \text{ m} = 3,4 \text{ m}$$

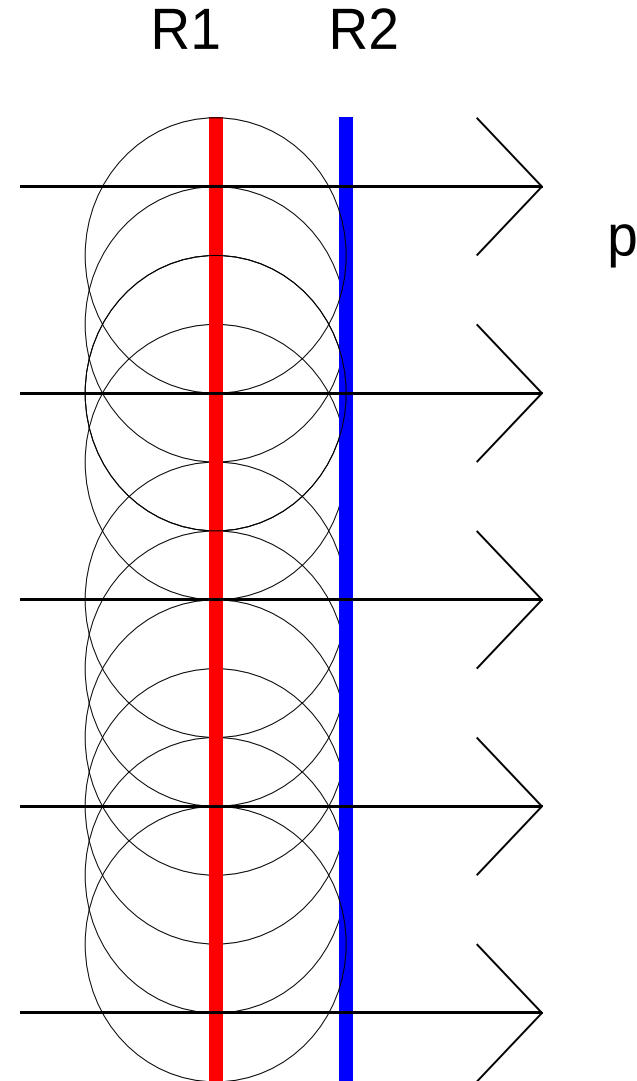
$$r_2 = vt_2 = 340 \cdot 0,1 \text{ m} = 34 \text{ m}$$

$$r_3 = vt_3 = 340 \cdot 1 \text{ m} = 340 \text{ m}$$

$$r_4 = vt_4 = 340 \cdot 10 \text{ m} = 3400 \text{ m}$$

Příklad

- Pomocí Huygensova principu zkonstruuje rovinnou vlnoplochu R_2 , znáte-li polohu rovinné vlnoplochy R_1 v předcházejícím okamžiku.



Literatura

- ▶ [1] PANAK, Mariusz. *wikipedia.cz* [online]. [cit. 29.4.2013]. Dostupný na WWW:
<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/ce/Huygens.gif?uselang=cs>
- ▶ [2] LOOKANGMANY. *wikipedia.cz* [online]. [cit. 29.4.2013]. Dostupný na WWW:
<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Diffractionblacknwhitewavelength4timeslitwidth.gif?uselang=cs>
- ▶ [3] BEDNAŘÍK, Milan; KUNZOVÁ, Vlasta; SVOBODA, Emanuel. *Fyzika II pro studijní obory SOU*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n.p., 1986, ISBN 14-209-86.
- ▶ [4] NETSCHER, Caspar. *wikipedia.cz* [online]. [cit. 15.5.2013]. Dostupný na WWW:
http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Christiaan_Huygens-painting.jpeg

Odraz a ohyb vlnění v prostoru

Ing. Stanislav Jakoubek

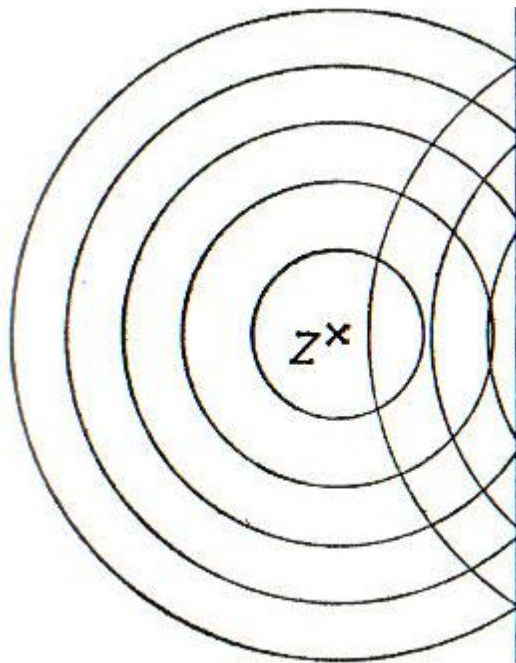


Kdy dojde k odrazu a kdy k ohybu?

- ▶ Postupné vlnění narazí při šíření na překážku. Co se stane?
- ▶ Záleží na velikosti překážky
- ▶ Při větších rozměrech překážky dochází k odrazu vlnění.
- ▶ Při menších rozměrech překážky (srovnatelných s vlnovou délkou vlnění) dochází k ohybu.

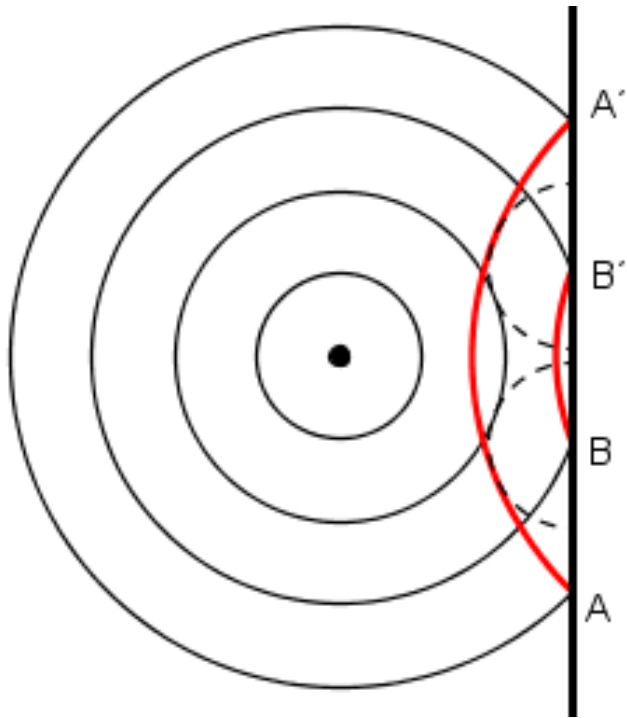
Odraz vlnění na vodní hladině (kulová vlnoplocha)

- Vlny na vodní hladině (způsobené např. vhozením kamene) se odrazí od rovinné překážky a postupují zpět jako kruhové vlny



Vysvětlení odrazu kulové vlnoplochy

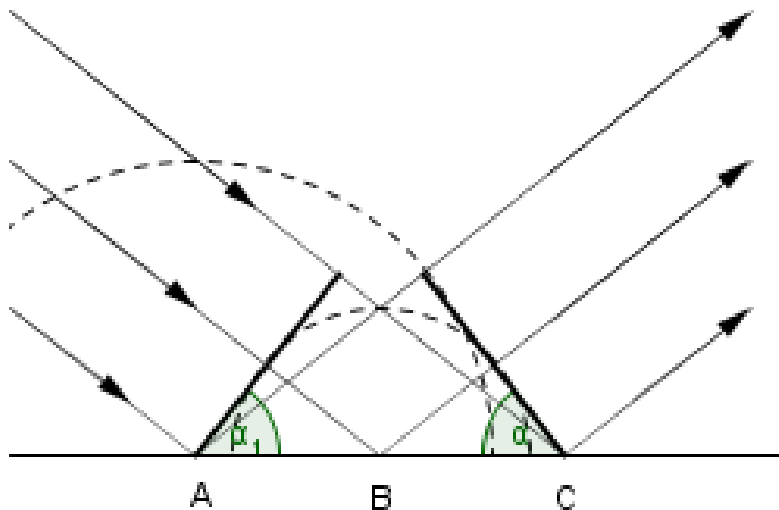
► Pomocí Huygensova principu



- Do bodů B a B' vlnění dospěje dříve, než do bodů A a A'
- Stanou se elementárními zdroji vlnění dříve $\Rightarrow$ elementární vlnoplochy budou za určitou dobu větší
- Úvahu a konstrukci provedeme pro všechny body
- Sestrojíme obalovou křivku $\Rightarrow$ vlnoplocha odraženého vlnění

Odraz rovinné vlnoplochy

► Pomocí Huygensova principu



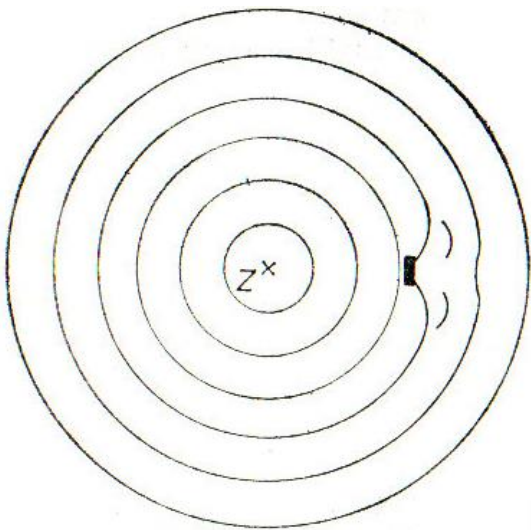
- Vlnoplocha svírá s rovinou překážky úhel α
- Nejdříve dopadne do bodu A, pak do B a nakonec do C
- V tomto pořadí se tedy začnou šířit elementární vlnoplochy odraženého vlnění
- Obalová plocha udává vlnoplochu odraženého vlnění
- Svírá s překážkou rovněž úhel α

Zákon odrazu vlnění

Úhel odrazu vlnění se rovná úhlu jeho dopadu na překážku.

Ohyb vlnění

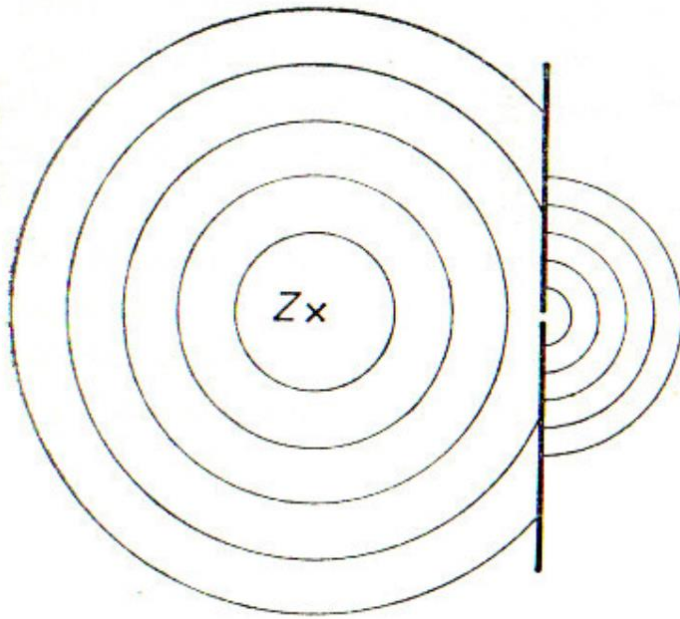
- Vysvětlíme opět Huygensovým principem



- Malá překážka – vlnění proniká i za ní
- Okraje překážky se stávají zdrojem elementárních vlnění
- Za malou překážkou se spojí $\Rightarrow$ vytvoří souvislou výslednou vlnoplochu

Poznámka: Je-li překážka podstatně větší, než vlnová délka vlnění, ohyb nepozorujeme a za překážkou vzniká **stín vlnění** (před ní pochopitelně nastává odraz).

Ohyb za otvorem



- Malý otvor v překážce je novým zdrojem elementárního vlnění
- Vlnění postupuje otvorem za překážku ve všech směrech (nejenom ve směru původního šíření)
- Ohyb vlnění bude výraznější, je-li otvor přibližně stejný nebo menší než vlnová délka postupujícího vlnění

Příklad

- ▶ Zvukové vlny o frekvenci 200 Hz se šíří ve vzduchu rychlostí 340 m.s^{-1} . Určete přibližnou největší výšku zděné ohrady, za níž ještě můžeme pozorovat ohyb vlnění.

$$f = 200\text{Hz}, v = 340\text{m.s}^{-1}; h = ?$$

Víme: rozměry překážky musí být srovnatelné s vlnovou délkou.

$$h \doteq \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{200} \text{ m} = 1,7 \text{ m}$$

Příklad

- ▶ Nastane na zděné ohradě z minulého příkladu ohyb při frekvenci vlnění 1 000 Hz?

$$h = 1,7m, f = 1000Hz, v = 340m.s^{-1}; \lambda = ?$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1000}m = 0,34m \quad h > \lambda \Rightarrow NE$$

Poznámka: Hlubší tóny mají menší frekvence $\Rightarrow$ ohýbají se i za většími překážkami $\Rightarrow$ proto se např. při koncertech přenášejí krajinou nízké dunivé zvuky.

Literatura

- ▶ [1] BEDNAŘÍK, Milan; KUNZOVÁ, Vlasta; SVOBODA, Emanuel. *Fyzika II pro studijní obory SOU*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n.p., 1986, ISBN 14-209-86.
- ▶ [2] TECHMANIA. *Odraz a ohyb vlnění* [online]. [cit. 15.5.2013]. Dostupný na WWW:
http://www.techmania.cz/edutorium/art_exponaty.php?xkat=fyzika&xser=416b757374696b61h&key=659